Cálculo de los canales y amplitudes en la dispersión πN, mediante la simetría de Isospín

Jairo Alonso Mendoza S, Amando Delgado Solano

Departamento de Física Geología, Universidad de Pamplona.Grupo de investigación INTEGRAR.

Resumen

En el desarrollo de este trabajo se da una descripción del momento de Isospín, sus propiedades, definiciones e implicaciones directas en los cálculos que incluyen interacciones fuertes, en particular se estudia el Isospín del pión y del nucleón. Se calculan los acoplamientos de los momentos de isospín del estado Pion-Nucleón, con la finalidad de establecer los canales de interacción y las amplitudes de la dispersión pión-nucleón mediante la simetría de Isospín para funciones de onda s, es decir en el estado base de energía. Se encontró con esta simetría proporciones entre canales como $\frac{\sigma(\pi^{+}+p)}{\sigma(\pi^{0}+p)} \approx 1.6$, usando los valores experimentales para $T^{\frac{3}{2}}$, $T^{\frac{1}{2}}$.

Palabras clave: Isospín, simetría, amplitud, sección eficaz.

Calculation of channels and amplitudes in the dispersion πN by Isospin symmetry

Abstract

In developing this paper a description that isospin is done, its properties, definitions, implications direct and calculations involving strong interactions, particularly the isospin of the pion and the nucleon is studied. Couplings isospin of Pion-Nucleon state, in order to establish channels of interaction and amplitudes of scattering pion-nucleon by the symmetry of isospin for wave functions *s* (i.e energy of the ground state) are calculated. Was found with this symmetry ratios channels as $\frac{\sigma(\pi^{+}+p)}{\sigma(\pi^{0}+p)} \approx 1.6$, using the experimental values for $T^{\frac{3}{2}}$, $T^{\frac{1}{2}}$.

Keywords: Isospin, symmetry, amplitude, effective section.
PACS: 21.10.Hw; 13.75.Gx; 03.65.Nk; 25.80.Dj; 11.30.-j.

INTRODUCCIÓN

En la física de partículas son numerosas las interacciones que toman lugar, entre ellas se destaca la interacción pión-nucleón. Es un problema de estados ligados entre hadrones, el cual toma relevancia a la hora de estudiar todas las simetrías que tienen suceso durante este proceso. Aquí se presenta la dispersión entre dos hadrones, el nucleón (N) y el pión (π) . Una interacción que sucede en primer lugar gracias a las interacciones electromagnéticas, las cuales presentan interferencia con las interacciones fuertes a medida que se desarrolla el proceso.

Bajo interacciones fuertes el protón y el neutrón son estados diferentes de una misma partícula llamada el nucleón. Para poder establecer la diferencia entre ellos se define el número cuántico de isospín, el cual es análogo al momento de spin con la diferencia que físicamente el Isospín no tiene interpretación.

El álgebra de isospín está basado en el operador momento angular generalizado, y ya que tenemos dos hadrones con diferente isospín es necesario acoplar estos momentos de tal forma que se obtengan a partir de las reglas de selección los estados que realmente tienen lugar.

Cuando en un sistema físico cualquier cantidad permanece invariante bajo algún tipo de operación se dice que es simétrico. Las simetrías siempre presentes en la naturaleza son mecanismos que nos permiten abordar un problema, al punto de arrojar soluciones elegantes de estos. En este trabajo utilizaremos la simetría de Isospín para determinar la forma de las amplitudes en los diferentes procesos de dispersión pión-nucleón. Dicha amplitud contiene toda la información de la interacción, lo que la hace sumamente importante para realizar todo tipo de cálculos como transiciones energéticas, sección eficaz, vida media etc.

2. CONCEPTO DE ISOSPIN

Para las interacciones nucleares no existe dependencia de la carga eléctrica, bajo esta afirmación se puede considerar algunas partículas idénticas, como lo es en el caso del protón y el neutrón; partículas diferentes bajo interacciones electromagnéticas pero idénticas bajo fuerzas nucleares. La pregunta es; ¿cómo hacer para diferenciarlos? Para responder este interrogante se introduce un número cuántico adicional análogo al número cuántico de spin llamado spin isotópico o Isospín. Tanto el neutrón como el protón se consideran dos estados diferentes de una misma partícula la cual se denomina del nucleón. La diferencia entre el protón y el neutrón es análoga a las partículas con spin arriba y spin abajo. El Isospín es entonces una propiedad cuántica asignada a las partículas, en general a los hadrones para diferenciarlas bajo interacciones fuertes, y tiene las mismas características del spin (Nouredine ,2001).La idea de Isospín nace en la física nuclear, Heisenberg introdujo en 1933 un formalismo elegante, considerado en aquella época sólo una convención: el formalismo de Isospín.

Este formalismo estaba en completa analogía con la teoría del spin, y de hecho, se atribuía al nucleón un Isospín de valor 1/2. En un principio, la introducción del Isospín no fue recibida con gran entusiasmo por la comunidad científica. Sin embargo, esta variable volvió a aparecer en otro contexto: la teoría de la desintegración beta desarrollada por Fermi en analogía con la electrodinámica cuántica (QED).

En 1935, Yukawa desarrolló una teoría en la que la variable de Isospín era usada en el contexto de la teoría de campos. Dos escuelas diferentes, una en Gran Bretaña y otra en Japón, desarrollaron la teoría del mesón en la que el Isospín era necesario para explicar la independencia de la carga en las fuerzas nucleares. Mientras, en 1937, Wigner introdujo el Isospín en la espectroscopia nuclear renombrándolo como spin isotópico. De este modo, el Isospín pasó de ser sólo una herramienta útil, a un número cuántico con consecuencias de simetría. La observación experimental, con la llegada de los aceleradores de partículas, permitió reconocer al Isospín como un número cuántico que se conserva en los procesos de interacción fuerte.

En la teoría de Isospín se considera al neutrón y al protón como estados de una misma partícula, el nucleón (N).

$$N \equiv \binom{p}{n}; \qquad (1)$$

que puede aparecer, por tanto, con o sin carga eléctrica. De hecho, ambos poseen la misma extrañeza, spin y número bariónico, aunque difieren ligeramente en la masa.

Cuadro 1. Nucleones e hiperones (Olive et al.2014)

Partícula	Masa(MeV)	Vida media (s)	Modos de decaimiento y fracción (%)
p	933.3	Estable	
n	939.6	889	$pe^-\nu$ 100
Λ^0	1115.6	$2{,}6 \cdot 10^{-10}$	$p\pi^-$ 64
Σ^+	1189.4	$0{,}8 \cdot 10^{-10}$	$p\pi^0$ 51.6
			$n\pi^0$ 48.4
Σ^0	1192.6	$7{,}4 \cdot 10^{-20}$	$\Lambda^0\gamma$ 100
Σ^-	1197.4	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$	$n\pi^-$ 99.85
Ξ^0	1314.9	$2{,}9 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda^0\pi^0$ 100
Ξ^-	1321.3	$1{,}6 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda^0\pi^-$ 100
Ω^-	1672.4	$0{,}8 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda^0 K^-$ 68
			$\Xi^0\pi^-$ 24
			$\Xi^-\pi^0$ 8

Si se observa el cuadro (1), se encuentra que los hadrones pueden ser organizados en grupos, de tal forma que cada partícula del mismo grupo posee la misma extrañeza, el mismo número bariónico y el mismo spin, y sólo pequeñas diferencias entre las masas. Estos grupos son llamados *multipletes de Isospín*. En estos grupos encontramos dobletes (p,n) ; (Ξ^0,Ξ^-) ; tripletes $\sum^+,\sum^0,\sum^?$ y singletes Λ^0,Ω^- .Para cada multiplete de bariones existe un multiplete de antibariones.

El Isospín surge como analogía entre la carga y el spin de las partículas. Recordando que un spin de magnitud J (en unidades de ħ), puede orientarse en $2J+1$ estados con respecto a una dirección definida del espacio. Como se ha indicado, Heisenberg asumió que partículas similares (como el neutrón y el protón) eran diferentes estados de una misma partícula básica, al igual que los dos estados de spin del electrón. Él denotó estos estados por la dirección de un vector imaginario con propiedades similares a las del spin. Así para tener dos estados, el vector debe tener una longitud de 1/2; para obtener tres estados, una longitud de 1, y así sucesivamente, tal vector es el Isospín.

Matemáticamente, se definen tres operadores I_+, I_- e I_3, que cumplen las reglas de conmutación del momento angular. El operador I_3 (la proyección del vector isospín a lo largo del eje z en el espacio imaginario en el que ha sido definido) La relación entre isospín e hipercarga esta dada por la formula de Gell-Mann and Nishijima (Duarte 2009) :

$$I_3 = -\frac{Y}{2} + Q. \qquad (2)$$

Aquí Q representa en unidades la carga de hadrón. Donde se ha definido $Y = B + S$, con S la extrañeza y B el número bariónico. La ecuación (2) se puede reescribir como:

$$I_3 = -\frac{B+S}{2} + Q. \qquad (3)$$

El físico alemán Werner Heisenberg establece que el álgebra de Isospín es análogo al de momento angular generalizado, el cual es descrito por dos números cuánticos, I, el numero de Isospín principal e I_3 la componente de Isospín a lo largo del eje de preferencia, generalmente el eje z. Luego el álgebra de Isospín forma un grupo especial unitario $SU(2)$.

El Isospín es una magnitud adimensional, cuyas ecuaciones de valores propios están dadas por:

$$I^2\left|\Psi\right\rangle = i(i+1)\left|\Psi\right\rangle$$

$$I_3\left|\Psi\right\rangle = m_I\left|\Psi\right\rangle.$$

En nuestro caso para el protón $Q = 1$, $S = 0$, y $B = 1$,aplicando la ecuación (3) se obtiene $I_3 = \frac{1}{2}$, mientras que para el neutrón $Q = 0$, $S = 0$ y $B = 1$, luego $I_3 = -\frac{1}{2}$, entonces se concluye que el Isospín del nucleón es $I = \frac{1}{2}$.
Para el pión positivo (π^+) $Q = 1$, $A = S = 0$, obtenemos una componente de Isospín $I_3 = 1$, para el pión menos (π^-) $Q = -1$, $A = S = 0$, luego $I_3 = -1$ y finalmente para el pión cero (π^0) tenemos $Q = S = A = 0$,lo que conlleva a $I_3 = 0$, con esto se deduce que el Isospín del pión es $I = 1$.

El Isospín se conserva en las interacciones fuertes. Es decir el Isospín total de las partículas participando en una interacción fuerte, es igual al Isospín total de los productos. Por otra parte, I_3 se conserva tanto en la interacción fuerte como electromagnética. La ley de conservación de I_3 es una simple regla de contaje, mientras que la ley de conservación de I, es más complicada, dado que es una magnitud vectorial, y usualmente es posible añadir los isospines de varias partículas de más de una forma.

El Isospín, como se ha mencionado, es como el momento angular, pero en un espacio abstracto. La conservación del Isospín se corresponde con la invariancia bajo rotaciones en ese espacio imaginario (I-espacio), de la misma forma que la conservación del momento angular refleja la invariancia rotacional en el espacio real, luego las interacciones fuertes no poseen una dirección privilegiada en el I-espacio, no distinguen entre arriba y abajo, entre un protón y un neutrón. La invariancia de Isospín, explica, por tanto, el hecho de que cueste la misma energía extraer un protón que un neutrón de un núcleo.

Es posible realizar un planteamiento más formal, considerando el Hamiltoniano que describe las partículas, y sabiendo que las partículas de un mismo multiplete tienen masas parecidas, se tiene:

$$H = H_f + H_{em} + H_d;\ [H, I] = 0. \quad (4)$$

Indicando así, explícitamente, que la interacción fuerte conmuta con todas las componentes del Isospín, es la llamada *simetría de Isospín*. Ahora bien, la diferencia de masas entre partículas de un mismo multiplete es del orden de MeV, lo que indica que la interacción electromagnética no conmuta con los operadores $I_{\pm}$. Sin embargo, sí conmuta con I_3 de la forma como se muestra en la ecuación (3) , ya que conserva la carga eléctrica, el número bariónico y la extrañeza, dando lugar a la simple regla de contaje citado antes. La interacción débil no conserva ninguna de las componentes del Isospín (Itzicson y Zuber,1980)

.

2.1 El Isospín del nucleón

Sea I el número cuántico de Isospín, entonces $I = I_1 + I_2 + I_3$ con I_3 la componente a lo largo del eje de preferencia. La ecuación (3) da un valor de $I_3 = \frac{1}{2}$ para el nucleón, luego se tiene que $I_3 = \pm\frac{1}{2}$. Positivo para el protón y negativo para el neutrón entonces [1]:

$$|p\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle;\ |n\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle. \qquad (5)$$

Los diferentes estados del nucleón en la base espinorial están dados por:

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};\ |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

2.2 Isospín del pión

Como se mostró, numero cuántico de Isospín para el pión es $I = 1$,entonces la componente I_3 de Isospín toma $I_3 = -1,0,1$. 1 para π^+, para el π^+ -1 y 0 para el π^0, luego [5]:

$$|\pi^+\rangle = |1,1\rangle\ ;\ |\pi^-\rangle = |1,-1\rangle\ ;\ |\pi^0\rangle = |1,0\rangle\ .$$

(7).

Finalmente los espinores del pión son:

$$|\pi^+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\ ;\ |\pi^-\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\ ;\ |\pi^0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\ .$$

(8)

3. ACOPLAMIENTO DE ISOSPIN πN

La interacción pión-nucleón se presenta bajo la acción de interacciones fuertes, luego es necesario establecer los estados permitidos por la interacción de Isospín. Para esto se realiza el acople del momento de Isospín del pión y el nucleón con la teoría de suma de momentos angulares y coeficientes de Clebsch-Gordan. El número de estados permitidos está dado por (Nouredine ,2001):

$$N = (2I_1 + 1)(2I_2 + 1). \qquad (9)$$

Donde I_1 y I_2 son los numeros de Isospín a acoplar. En este caso para pión se tiene que $I_1 = 1$ y $I_2 = \frac{1}{2}$ para el nucleón. Lo que nos arroja un total de 6 estados posibles. Los valores de momento de Isospín permitidos en la interacción están establecidos por la relación:

$$|I_1 - I_2| \leq I \leq |I_1 + I_2|. \qquad (10)$$

Donde I serán los valores permitidos de Isospín. Según esto se obtiene $\frac{1}{2} \leq I \leq \frac{3}{2}$. Ya que $I_3 = -I, \dots I$ entonces para $I = \frac{1}{2}$ se tienen dos estados $I_3 = \pm\frac{1}{2}$, dados por:

$$\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle, \ \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle. \qquad (11)$$

Análogamente para $I = \frac{3}{2}$ se tiene $I_3 = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$, y los estados:

$$\left|\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right\rangle; \ \left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle; \ \left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle; \ \left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle. \qquad (12)$$

Definiendo así los seis estados establecidos por la ecuación (9).

De acuerdo a los coeficientes de Clebsch-Gordan se tiene los siguientes resultados al sumar estos isospines (caso 1 X 1/2).

$$\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle = \left|1,\frac{1}{2};1,\frac{1}{2}\right\rangle = \pi^+ + p \qquad (13)$$

$$\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left|1,\frac{1}{2};1,-\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\left|1,\frac{1}{2};0,\frac{1}{2}\right\rangle$$
$$\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(\pi^+ + n) + \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^0 + p) \qquad (14)$$

$$\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|1,\frac{1}{2};1,-\frac{1}{2}\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}\left|1,\frac{1}{2};0,\frac{1}{2}\right\rangle$$
$$\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^+ + n) - \frac{1}{\sqrt{3}}(\pi^0 + p) \qquad (15)$$

$$\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|1,\frac{1}{2};0,-\frac{1}{2}\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}\left|1,\frac{1}{2};-1,\frac{1}{2}\right\rangle$$
$$\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^0 + n) - \frac{1}{\sqrt{3}}(\pi^- + p) \qquad (16)$$

$$\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}\left|1,\frac{1}{2};0,-\frac{1}{2}\right\rangle-\sqrt{\frac{2}{3}}\left|1,\frac{1}{2};-1,\frac{1}{2}\right\rangle \tag{17}$$

$$\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}(\pi^{0}+n)-\sqrt{\frac{2}{3}}(\pi^{-}+p)$$

$$\left|\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right\rangle=\left|1,\frac{1}{2};-1,-\frac{1}{2}\right\rangle=\pi^{-}+n. \tag{18}$$

4. CANALES Y AMPLITUDES πN MEDIANTE LA SIMETRÍA DE ISOSPÍN

Asumiendo de acuerdo con Heisenberg que "las interacciones fuertes son invariantes bajo rotaciones en el espacio de Isospín", de forma análoga a las interacciones eléctricas las cuales son invariantes bajo rotaciones en el espacio ordinario de configuración. Es claro que la simetría de Isospín es una simetría interna ya que no está asociada con el espacio ni con el tiempo. Una rotación de 180° en el espacio de Isospín convierte un protón en un neutrón y viceversa.

De acuerdo con el teorema de Noether, si el Isospín es conservado en las interacciones fuertes, el momento angular es conservado en los procesos con invariancia rotacional en el espacio ordinario (Itzicson y Zuber,1980) .

En la relación de dispersión pión Nucleón $\pi N \rightarrow \pi N$ se tienen seis procesos elásticos que son (Duarte 2009):

a) $\pi^{+}+p \rightarrow \pi^{+}+p$
b) $\pi^{0}+p \rightarrow \pi^{0}+p$
c) $\pi^{-}+p \rightarrow \pi^{-}+p$
d) $\pi^{+}+n \rightarrow \pi^{+}+n$
e) $\pi^{0}+n \rightarrow \pi^{0}+n$
f) $\pi^{-}+n \rightarrow \pi^{-}+n$

Y cuatro procesos de intercambio de carga:

g) $\pi^{+}+n \rightarrow \pi^{0}+p$
h) $\pi^{0}+p \rightarrow \pi^{+}+n$
i) $\pi^{0}+n \rightarrow \pi^{-}+p$
j) $\pi^{-}+p \rightarrow \pi^{0}+n$

La amplitud de un proceso cualquiera, para ir de un estado inicial a un estado final está dada por (Itzicson y Zuber,1980):

$$T=\langle in|\mathcal{L}|out\rangle. \tag{19}$$

De acuerdo a las ecuaciones (13-18), se encuentran las siguientes descomposiciones:

$$\pi^{+}+p=|1,1\rangle\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle=\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle \tag{20}$$

$$\pi^{0}+p=|1,0\rangle\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle=\sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle-\frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^{-}+p=|1,-1\rangle\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle-\sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^{+}+n=|1,1\rangle\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^{0}+n=|1,0\rangle\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle=\sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle+\frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^- + n = |1,-1\rangle\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle = \left|\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right\rangle.$$

Como se observa los procesos (a) y (f) tienen $I=\frac{3}{2}$ puro; luego la amplitud por simetría de Isospín es:

$$T^{\frac{3}{2}} = \begin{cases}\langle \pi^+ + p|\mathcal{L}_{str}|\pi^+ + p\rangle \\ \langle \pi^- + n|\mathcal{L}_{str}|\pi^- + n\rangle\end{cases}. \qquad (21)$$

Los otros procesos son mezclas de $I=\frac{3}{2}$ e $I=\frac{1}{2}$ de la forma:

$$\frac{2}{3}T^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}T^{\frac{1}{2}} = \begin{cases}\langle \pi^0 + n|\mathcal{L}_{str}|\pi^0 + n\rangle \\ \langle \pi^0 + p|\mathcal{L}_{str}|\pi^0 + p\rangle\end{cases} \qquad (22)$$

$$\frac{1}{3}T^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}T^{\frac{1}{2}} = \begin{cases}\langle \pi^- + p|\mathcal{L}_{str}|\pi^- + p\rangle \\ \langle \pi^+ + n|\mathcal{L}_{str}|\pi^+ + n\rangle\end{cases} \qquad (23)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(T^{\frac{3}{2}} - T^{\frac{1}{2}}\right) = \begin{cases}\langle \pi^+ + n|\mathcal{L}_{str}|\pi^0 + p\rangle \\ \langle \pi^0 + p|\mathcal{L}_{str}|\pi^+ + n\rangle\end{cases} \qquad (24)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(T^{\frac{3}{2}} - T^{\frac{1}{2}}\right) = \begin{cases}\langle \pi^0 + n|\mathcal{L}_{str}|\pi^- + p\rangle \\ \langle \pi^- + p|\mathcal{L}_{str}|\pi^0 + n\rangle\end{cases}. \qquad (25)$$

5. CONCLUSIONES

Como se mostró en el presente artículo, se calcularon las amplitudes de los canales πN ecuaciones (21-25), estas amplitudes permiten tener un estimativo del valor real calculado mediante diagramas de Feynman.

La sección eficaz de dispersión para cualquier proceso en la interacción πN tiene la misma forma y es directamente proporcional a la amplitud de dicho proceso (Itzicson y Zuber,1980).

Se encuentra que las secciones transversales, entonces, están en la siguiente proporción.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{9\left|T^{\frac{3}{2}}\right|^2}{\left|2T^{\frac{3}{2}}+T^{\frac{1}{2}}\right|^2}. \qquad (26)$$

Donde σ_a y σ_b representan las secciones de los procesos (a) y (b) mencionados anteriormente.

Generalizando las proporciones a los 10 canales se tiene:

$$\sigma_a:\sigma_b:\sigma_c:\sigma_d:\sigma_e:\sigma_f:\sigma_g:\sigma_h:\sigma_i:\sigma_j = 9\left|T^{\frac{3}{2}}\right|^2 : \left|2T^{\frac{3}{2}} + T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : \left|T^{\frac{3}{2}} + 2T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : \left|T^{\frac{3}{2}} + 2T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : \left|2T^{\frac{3}{2}} + T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : \left|9T^{\frac{3}{2}}\right|^2 : 2\left|T^{\frac{3}{2}} - T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : 2\left|T^{\frac{3}{2}} - T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : 2\left|T^{\frac{3}{2}} - T^{\frac{1}{2}}\right|^2 : 2\left|T^{\frac{3}{2}} - T^{\frac{1}{2}}\right|^2. \qquad (27)$$

Tomando los valores experimentales para $T^{\frac{3}{2}} = a_0^{\frac{3}{2}}$ y $T^{\frac{1}{2}} = a_0^{\frac{1}{2}}$, longitudes de dispersión de ondas s (en el estado base) se tiene (Ivanov et al.2003; Weinberg,1996;Adler 1965):

$$T^{\frac{3}{2}} = a_0^{\frac{3}{2}} = -0.092 \pm 0.0085 m_\pi^{-1} \quad (28)$$

$$T^{\frac{1}{2}} = a_0^{\frac{1}{2}} = 0.1788 \pm 0.0043 m_\pi^{-1}. \quad (29)$$

Y el valor experimental:

$$a_0^{\frac{1}{2}} + 2a_0^{\frac{3}{2}} = -\,0.0066 \pm 0.0175\, m_\pi^{-1} \quad (30).$$

Luego podemos encontrar para la primera proporción el siguiente valor:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} \approx 1.6.$$

Referencias Bibliográficas

Adler S, Phys. Rev. (137), B1022 (1965); Phys. Rev. (139), B1638 (1965).

Duarte JM. Isospin and SU(2) Symmetry. Massachusetts Institute of Technology, MA 02142 April 28, 2009.

Griffiths DJ. Introduction to Elementary Particles. . New York, Jhon Wiley and Sons INC. 2008.

Itzicson C. Zuber JB, Quantum Field Theory. New York. MacGraw-Hill, (1980).

Ivanov A. A. N. Faber M, Hirtl A, Marton J, Troitskaya NI. Eur. Phys. J. A (18):653-666. 2003

Nouredine Z. Quantum Mechanics, Concepts and aplications. 2nd. ed. Jacksonville State. A John Wiley and Sons, Ltd., Publication. 2001.

Olive KA. Agashe K. Amsler C. et al. The Review of Particle Physics (Particle Data Group), ed 2014. Chin. Phys. C, 38, 090001 (2014). Regents of the University of California. 2014.

Weinberg S, Phys. Rev. Lett. (17), 616. (1966).

+ Autor para el envio de correspondencia y la solicitud de las separatas:Mendoza S.JA.Grupo de Investigación Integrar.Departamento de Fisica y geología.Universidad de Pamplona. Colombia.jairoalonsos@unipamplona.edu.co

Recibido: Noviembre 25 de 2013 Aceptado: Junio 22 de 2014