# CODIFICADOR 2D DE POSICIÓN, DESPLAZAMIENTO Y ORIENTACIÓN, UTILIZANDO UN PATRÓN DE REFERENCIA PERIODICO Y LA TRANSFORMADA DE FOURIER.

**Néstor A. Arias Hernandez[1], Martha Lucía Molina Prado[1], Miguel A. Suarez[2], Jaime E. Meneses F.[3], Tijani Gharbi[2]**

[1] Grupo de Óptica Moderna (GOM), Departamento de Física y Geología Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia.
[2] Department D'Optique, FEMTO-ST, 16 Route de Gray, 25030 Besancon, FRANCE
[3] Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, COLOMBIA.

## Resumen

En este trabajo se muestra un método que permite la medida en el plano 2D, con alta precisión de la posición, el desplazamiento y la orientación de un objeto móvil. Un plano de referencia es fijado a la superficie del objeto y es localizado en la escena por medio de un sistema de imagen estático con resolución subpixel en el plano perpendicular al eje óptico. El uso de la transformada de Fourier 2D, asociado a la aproximación del plano de fase permiten alta resolución del sistema. La introducción de un defecto en el patrón de referencia permite la determinación de la orientación del objeto en un rango de ±180º, sin afectar la precisión y resolución en la localización del objeto.

**Palabras Clave:** Rastreo, Transformada de Fourier, Posicionamiento.

# 2D ENCODER OF POSITION, DISPLACEMENT AND ORIENTATION, USING PERIODIC REFERENCE PATTERN AND FOURIER TRANSFORM.

## Abstract

A method that allows measuring the position, displacement and orientation of a mobile object with high precision in plane 2D has been presented. A reference pattern has fixed on the object surface and located in the scene by means of a static imaging system with subpixel resolution, in the perpendicular plane to the optical axis. The 2D Fourier transform, associated to the approach of phase plane allows a

high resolution of the system. The introduction of a defect in the reference pattern allows to determine the object orientation in a range of ±180◦ and precision and resolution in the localization of the object no has been affected.

Keywords: Tracking, Fourier Transform, Positioning.

*Para citar este artículo**:** Néstor A. Arias Hernandez et al. Codificador 2D de posición, desplazamiento y orientación, utilizando un patrón de referencia periódico y la transformada de Fourier. Bistua.2014.12(1):115-125

**+** Autor para el envio de correspondencia y la solicitud de las separatas: Néstor A. Arias Hernandez, Grupo de Óptica Moderna (GOM), Departamento de Física y Geología Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia. email:: nesariher@unipamplona.edu.co

Recibido: Octubre 30 de 2013 Aceptado: Mayo 12 de 2014

## INTRODUCCION

La medida de la posición y del desplazamiento con alta precisión y resolución ha sido un problema ampliamente estudiado y aplicado en varios campos de la ciencia e ingeniería. Se han propuesto un gran número de dispositivos que permiten medir la posición y rotación de un objeto con alta precisión con metodologías de tipo ópticas, de radiofrecuencia, de procesado digital de imagen para localización de marcas, entre otras [1,2]. Los principales campo de aplicación de la medida de la posición con precisión está en la industria de la robótica, la telemedicina, la teleterapia, etc.

En este trabajo, se desarrolla un método dentro del procesado digital de imagen, que pretende localizar una marca, la cual utiliza la alta sensibilidad de la fase al desplazamiento, permitiendo medir la posición y el desplazamiento de un objeto en una escena 2D, con gran precisión y resolución. Este método es basado en el conocimiento a priori de la importancia de la asociación entre la fase del patrón de referencia y el desplazamiento del objeto, propiedad inherente de la transformada de Fourier. El patrón de referencia está constituido de una matriz de cuadritos blancos (mira), cuya configuración corresponde a una banda bien definida en el dominio espectral, la cual permite un análisis eficiente en el espacio de frecuencia que en este caso es desempeñado con ayuda de la transformada de Fourier. El contenido espectral de la matriz de cuadritos muestra información de cuatro sistemas de franjas, perpendiculares en parejas. La reconstrucción de la fase absoluta asociada a un par perpendicular del sistema de franjas, permite la localización precisa del centro de la mira, que conlleva a la determinación subpixel de la posición del objeto. Los desplazamientos son calculados a partir de dos posiciones consecutivas.

Este método ofrece la posibilidad de autocalibrarse, dado que la longitud de referencia es provista por la mira. Las limitaciones que presenta este método son principalmente debido a la introducción de la distorsión de la imagen producida por el sistema óptico y que puede solucionarse fácilmente con una calibración del sistema óptico e implementación de procedimientos de compensación [11]. En la sección 2 se presenta una descripción del montaje experimental utilizado para la toma de los datos. En la sección 3 se presenta los fundamentos del método, así como el patrón utilizado, también un algoritmo de procesado digital de imágenes necesario para el cálculo de la posición y orientación de la mira. En la sección 4 se presentan los resultados experimentales al aplicar este método. En esta sección se muestra la precisión y resolución en desplazamiento y orientación, del mismo modo se presenta el comportamiento del sistema al

seguimiento del objeto en una trayectoria determinada tanto en desplazamiento como en rotación, siendo para esta última de 360 grados

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MONTAJE

La mira es construida con la ayuda de una impresora láser sobre papel. Ella está constituida de un arreglo periódico de 15 pequeños cuadros de *1,023mm* de lado, con un periodo *1,932mm* (una frecuencia de $\nu_o$ = *0,5174mm*$^{-1}$ en las dos direcciones *x* e *y*), ocupando así una región cuadrada de *28,08* × *28,08mm*$^2$. Para el registro de imágenes de la mira se emplea una cámara, (ver Figura 1(a)). El aumento del objetivo de la cámara y el campo visual determinan la precisión de posicionamiento y el campo visual observado; En este caso, se utiliza un objetivo de 12mm y una cámara *µEye* monocromática con 480 × 640 píxeles.

Con el fin de evaluar el sistema, la mira es fijada sobre la parte superior de un objeto móvil, luego la posición es comandada por tres motores de *ThorLabs*, como se muestra en la figura 1(a). Por un lado, dos motores aseguran los desplazamientos en la dirección *X* e *Y* , con un rango de movimiento de *25mm* y paso de *40nm* y por otro, un motor permite realizar rotaciones completas sobre su eje (paralelo al eje óptico de la cámara), el cual tiene paso angular de *2,16 arcsec*.

## 3. FUNDAMENTO DEL METODO

Se utiliza un principio cercano al utilizado por Patrick. Sandoz [3-8], con la diferencia que en este caso es basado en la transformada de Fourier y el utilizado por Sandoz se basó en la transformada Wavelet. En este trabajo, se utiliza una mira cuadrada como la que se muestra en la figura 1(b), con *15* × *15* cuadros pequeños blancos, pero con la introducción de un defecto (un pequeño cuadro faltante).
Sobre la figura 1(c), se observa la distribución sobre el espacio de frecuencias espaciales, que es obtenida con ayuda de la Transformada de Fourier (TF), de la imagen obtenida por la CCD (Figura 1(b)).
Se puede escribir la relación entre las dos imágenes por medio de la ecuación siguiente:

$$F(u,v) = \int_{x,y} f(x,y)\, e^{2i\pi\,(x\,u + y\,v)}\, dxdy, \qquad (1)$$

donde la función espacial $f(x,y)$ es la distribución de intensidad de la imagen adquirida(mira) y $F(u,v)$ es su transformada de Fourier, que se puede apreciar en la figura 1(c). Seguidamente, se filtran dos de los primeros armónicos de manera independiente, uno por cada

dirección de franjas perpendiculares contenidas en la información de entrada. La localización de los armónicos correspondientes se realiza mediante un algoritmo que inicia por la construcción de una máscara binaria que elimina el orden central y los órdenes superiores en la trasformada de Fourier, posteriormente se localizan las coordenadas de posición de los 8 armónicos fundamentales a través de una umbralización y calculo de centroide, y se miden las distancias de estos al centro (orden cero), escogiéndose la posición que corresponde a la mayor distancia como punto de referencia, que se ubica a una de las equinas (ver figura 2(a)), desde donde se mide nuevamente las distancias de todos los armónicos, tomando únicamente las dos posiciones que corresponden a las de menor distancia. Estas finalmente son las posiciones donde se deben ubicar los filtros. Esto se puede apreciar en la figura 2(b). Matemáticamente el filtrado se describe como,

$$F_i(u,v) = F(u,v)\cdot w(u-u_i, v-v_i), \qquad i=1,2 \tag{2}$$

Donde $w(u-u_i, v-v_i,)$ es una ventana bidimensional de apodización de Hamming centrada en $(u_i, v_i)$ con una ancho de $(2/3)u_i$ y $(2/3)v_i$ en $u$ y $v$ respectivamente. Posteriormente, se aplica la transformada de Fourier inversa bidimensional a este producto $F_i(u,v)$, por cada una de las frecuencias filtradas.

$$f_i(x,y) = \int_{u,v} F_i(u,v)e^{-2i\pi(xu+yv)}dudv, \qquad i=1,2 \tag{3}$$

Una vez recuperada la transformada de Fourier inversa, se calcula el módulo $M_i(x,y)$ y la fase $p_i$ de cada función.

$$M_i(x,y) = f_i(x,y)\cdot f_i^*(x,y) \qquad i=1,2$$
$$p_i(x,y) = tan^{-1}\left[\frac{\Im(f_i(x,y))}{\Re(f_i(x,y))}\right] \tag{4}$$

Sobre la figura 2(c y d), se presenta el módulo y la fase obtenida a partir de la función $f_1(x,y)$correspondiente al lóbulo $(u_1, v_1)$, el módulo se utiliza con el fin de construir una mascara binaria, la cual, al multiplicarla con la fase $p_i(x,y)$ permite definir la región de fase a trabajar. En la figura 2(e) se muestra la máscara obtenida a partir del módulo y en la figura 2(f) la fase de trabajo. De igual forma, la función $f_2(x,y)$ sufre el mismo tratamiento.

Una vez la región de fase es obtenida y en vista que, la fase $p_i$ recuperada presenta saltos de fase de $2\pi$ y en esta contenida entre $-\pi$ y $\pi$ , se aplica un algoritmo clásico bidimensional de desenvolvimiento de la fase (unwrapping), en el cual al utilizar como punto de partida las

coordenadas del centroide de la máscara, se obtiene la fase continua sobre la región donde se encuentra la mira. Este proceso es realizado de igual forma para la fase correspondiente al otro armónico filtrado (ver Figura 3(a y b).

Se observa que la fase obtenida tiene un comportamiento lineal (plano), pero, la dirección de crecimiento es cruzada, para cada uno de los armónicos filtrados. A partir de cada fase calculada se busca por aproximación polinomial, los coeficientes $a_i, b_i,$ y $c_i$ , los cuales permiten describir el plano de fase $P_i$ mejor ajustado de la fase calculada, el cual se puede describir con la siguiente ecuación.

$$P_i(x,y) = a_i x + b_i y + c_i \qquad i = 1,2 \tag{5}$$

Esta aproximación permite relacionar el valor de fase interpolada con todos los puntos del espacio de la imagen para cada plano, en particular el de la ubicación de cada uno de los puntos de la mira y también el del punto faltante (defecto). Para localizar las coordenadas del entro de la mira o de cualquier otro punto sobre este, se fija un valor de fase para cada plano, contando $2N\pi$ a partir del centro de la mira y se busca el valor de $x$ e $y$, resolviendo el sistema de ecuaciones lineales mostrado en la ecuación 6, las cuales fueron obtenidas al remplazar cada valor de fase $P_1, P_2$ sobre la ecuación 5, correspondiente a la ubicación que se desee.

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 - c_1 \\ P_2 - c_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Utilizando este proceso se calcula las coordenadas de cinco puntos sobre la mira: uno sobre el centro de la mira y cuatro sobre las esquinas (ver figura 4). El lugar donde falta un cuadrito en la mira es utilizado para determinar con una precisión subpixel la posición y desplazamiento de la mira (punto de referencia), y los puntos restantes permiten calcular la orientación y desplazamiento angular de la mira. La figura 4(a) muestra la mira y los puntos localizados sobre ella con sus respectivos valores de fase.

Este método permite también realizar una calibración del tamaño del píxel en la dirección $X(\Delta x)$ y $Y(\Delta y)$, a partir del plano de fase de ajuste y de los parámetros espaciales de la mira, para una posición $z$ (distancia de observación) fija y una óptica dada, para ello se utiliza la siguiente ecuación:

$$\Delta x = \frac{a_i}{2\pi v_o cos(\theta_i)} \qquad i = 1,2 \tag{7}$$

$$\Delta y = \frac{b_i}{2\pi v_o cos(\theta_i)} \qquad i = 1,2 \tag{8}$$

Donde $\upsilon_o$ es la frecuencia de la mira y $\theta_i$ es el ángulo de inclinación de la mira para la dirección $i$. En este caso, se determina el tamaño del pıxel en el plano ojbeto: en $x(\Delta x = 190{,}5\mu m)$ y en $y(\Delta y = 190{,}9\mu m)$ respectivamente.

## 4. RESULTADOS

Para la evaluación del sistema, se realizaron experimentos con el propósito de obtener la precisión y resolución del sistema en posicionamiento y evaluar el comportamiento en la medida de la rotación.

### 4.1 Posicionamiento

Una primera medida, es calcular el error cometido por el sistema con el propósito de determinar la precisión en el cálculo de la posición de la mira. La Figura 4(b) muestra los valores calculados para la mira en 100 medidas realizadas, sin desplazamiento de la mira, y sobre la tabla 1, se reporta la medida pico valle (peak valley) y la desviación estándar σ para la nube de puntos calculados.

Se puede ver en la figura 4(b) y en la tabla 1 que el sistema presenta una alta precisión en la determinación de la posición de la mira del orden de $3 \times 10^{-3}$ pixeles (aproximadamente *0,6μm* en esta configuración), es decir, que es posible medir cerca de 300 posiciones entre pixeles y el desplazamiento mínimo medible (resolución) es de *0,6μm*, puesto que este caso la resolución es determinada por el valor de la precisión.

Posteriormente, con el fin de seguir el desplazamiento (rastreo) de la mira y ver la resolución del sistema, se desplaza la mira en el plano x-y con ayuda de dos motores de desplazamiento, por medio de los cuales se envía la trayectoria que la mira debe seguir, tal como se muestra en la figura 5(a) (Trayectoria teórica), los puntos están separados a una distancia en promedio de 4μm los cuales representan las posiciones que deben ser localizados por el sistema, en donde el motor se detiene y la línea punteada representa la trayectoria seguida por la mira, esta cubre un área de 130μm2. Sobre la figura 5(b), se presenta la trayectoria de la mira calculada por el sistema. Se puede ver una muy buena concordancia entre la trayectoria programada y la trayectoria calculada por el sistema, en la cual, se observa la histéresis del motor de desplazamiento.

### 4.2 Rotación

En este trabajo se muestra un método que supera la limitación en la medida de la rotación que se ha presentado en anteriores trabajos relacionados [3-8,12], para esto se

realizó un giro completo a paso de 1°, y se recuperó la posición para los 5 puntos de referencia sobre la mira (ver Figura 6 (a)). La Figura 6(b) muestra la posición calculada para cada punto de referencia al completar la rotación de 360° y la Figura 6(c) presenta el ángulo medido versus el ángulo de rotación ordenado al motor (teórico).

Este ángulo es medido utilizando 2 puntos sobre marcas de la mira en donde uno de ellos en el punto donde se localiza el defecto y el otro puede ser cualquiera de los restantes, en este caso se utilizó el del centro.
En los trabajo realizados anteriormente [3-8,12] se presenta una limitación en la rotación de 90° que impide el seguimiento de la rotación total calculada, para cada punto de referencia al realizar una rotación de 360°. Este trabajo muestra que este problema es superado con ayuda de la introducción de un defecto en la mira que permite tomar este punto como referencia, solo con realizar la ubicación de éste, teniendo en cuenta su bajo nivel de gris frente a las tres esquinas restantes.
La Figura 6(c) presenta el ángulo medido versus el ángulo de rotación del motor, este ángulo se mide utilizando dos puntos señalados sobre la mira (entre el defecto y el centro de la mira). Se puede ver que aquí se mide la orientación de la mira sobre un giro completo del motor (360°), sobrepasando así el límite de 90°.
En la tabla 1 se reporta el error cometido en la determinación de la inclinación de la mira. Ésta es calculada a partir de 100 medidas para un ángulo fijo y al compararse con los resultados con los reportados en la mira sin defecto [12], se puede ver que al igual que en la resolución del posicionamiento, no hay diferencia en adicionar un defecto sobre la mira, en la resolución angular de ésta.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un método para la medida de posicionamiento y de desplazamiento lateral así como también la rotación de un objeto utilizando el cálculo del plano de fase con la ayuda de TF. A diferencia de otros métodos que utilizan otras trasformadas el método empleado aquí permite hacer mas fácil el calculo de la zona de trabajo y es más simple de implementar. El dispositivo está basado sobre un sistema simple de visión que registra un patrón periódico, cuyas dimensiones reales son conocidas. En este caso son pequeños cuadritos impresos sobre papel. El experimento muestra que se tiene la capacidad de determinar la posición, el

desplazamiento lateral y angular de un patrón con pre- cisión subpixel, en cuanto a la resolución en el desplazamiento es de $3 \times 10^{-3}$ pixeles en las dos direcciones, la cual es equivalente a *0,6µm*, por otro lado la resolución en la orientación del patrón está dada por $1 \times 10^{-4}$ radianes. En este método la resolución espacial depende de los parámetros del sistema de observación, además el conocimiento de la frecuencia del patrón empleado permite realizar una calibración in situ del espacio de trabajo. De igual manera, el efecto de adicionar un defecto sobre la mira (Eliminación de un cuadrado blanco) permite liberarnos del límite de orientación 90 grados sin degradar la resolución y precisión del sistema en la medida de posicionamiento de la mira y sin modificaciones importantes en el algoritmo de medida. Solo una etapa de relleno de la máscara antes de emplearla como un filtro para definir la región de trabajo de la fase.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se desarrolló con la colaboración del Département D'Optique, FEMTO-ST, Besancon, FRANCE y Colciencias-Colombia por la financiación de los estudios doctorales de los dos primeros autores. Estos resultados hacen parte de los proyectos de Investigación PR130-00-013(GA150-BP-II-2013-2.1.2.2.1) y PR130-00- 012(GA160-BP-II-2013-2.1.2.2.1) registrados en la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Pamplona.

## Referencias

1.-Y. Zheng, D. Bin, L. Xingxhan, and Y. Ren, Novel twodimensional position measurement method with linear array charge-coupled device,Opt. Eng.,(37):2601-2604,(1998).

2.-Eduardo Zalama, Salvador Dominguez, Jaime Gomez, Jose Ramon Peran G., *Microcontroller based system for 2D localisation*, *Mechatronics*, (15):1109?1126,(2005).

3.-P. Sandoz, J. C. Ravassard, S. Dembele, and A. Janex, *Phase sensitive vision technique for high accuracy position measurement of moving targets*,*IEEE Trans. Instrum. Meas.*,44(49):867-872,(2000).

4.-P. Sandoz, R. Escalona, V. Bonnans, and S. Dembele, *From interferometry to image processing: Phase measurement vision method for high accuracy position sensing of rigid targets,*,*in Proceedings of Interferometry in Speckle Light: Theory and Applications.*,( 421-428,(1999).

5.-P. Sandoz, P. Humbert, V. Bonnans, and T. Gharbi, *Mesure de position subpixel*,*French Patent.*,02:02547,(1999).

6.-P. Sandoz, Nanometric position and displacement measurement of the six degrees of freedom by means of a patterned surface element,*Appl Opt.*,8(44):1449-1453,(2005).

7.-P. Sandoz, V. Bonnans, and T. Gharbi, *High-accuracy position and orientation measurement of extended two-dimensional surfaces by a phase-sensitive vision method*,*Appl Opt.*,26(41):5503-5511,(2002).

8.-J.Galeano-Zea, P.Sandoz, E.Gaiffe, J.L.Prétet, C.Mougin, *Pseudo-Periodic Encryption of Extended 2D Surface for high Accurate Recovery of any Random Zone By Vision*,*International Journal of Optomechatronics*,1(4):65-82,(2010).

9.-M. Takeda, *Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry*,*J. Opt. Soc. Am.*,(72):156-160,(1982).

10.-J. Meneses, T. Garbi, P. Humbert, *Phase-unwrapping algorithm for images with high noise content based on a local histogram.* , *Appl Opt.*,1(44):1207-15,(2005).

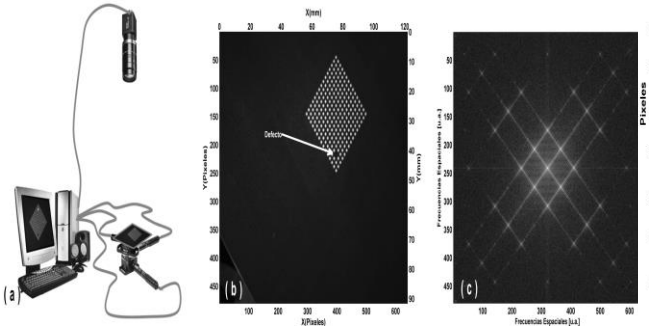
11.-Heikkila J. and Silven, *A four-step camera calibration procedure with implicit image correction*,*Infotech Oulu and Department of Electrical Engineering, University of Oulu.*,FIN-90570.

12.-N. Arias, M. A. Suarez, J. Meneses, Tijani Gharbi., *Medida de la Orientación, Posición Y Desplazamiento en el Plano de un objeto por codificación de Fase.*, *Revista BISTUA.*, 2(7):70- 76,(2009).

Tabla 1. Resultados estadísticos obtenidos desde 100 medidas sin desplazamiento de la mira.

| Coordenada | $\bar{x}$ | PeakValley | $\sigma$ | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| $X$ | 397.649 | 0.002 | $5.2x10^{-4}$ | pixeles |
| $X$ | -- | 0.43 | 0.09 | $\mu m$ |
| $Y$ | 142.747 | 0.003 | $7.8x10^{-4}$ | *pixeles* |
| $Y$ | -- | 0.645 | 0.150 | $\mu m$ |
| $\theta$ | 0.3479 | $0,2x10^{-3}$ | $0,7x10^{-4}$ | *rad* |

Figura 1. (a) Esquema del montaje. (b) Imagen obtenida por la CCD de la mira empleada. (c) Módulo sobre el espacio de frecuencias espaciales .



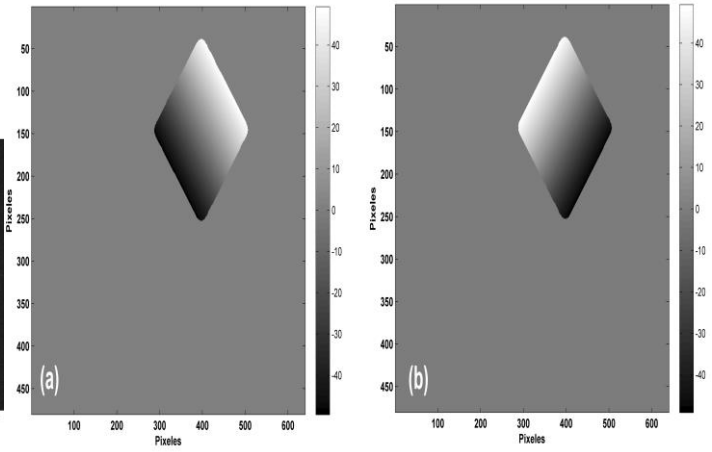


Figura 3. (a y b) Fase continua para cada armónico filtrado $(u_1, v_1)$ y $(u_2, v_2)$.

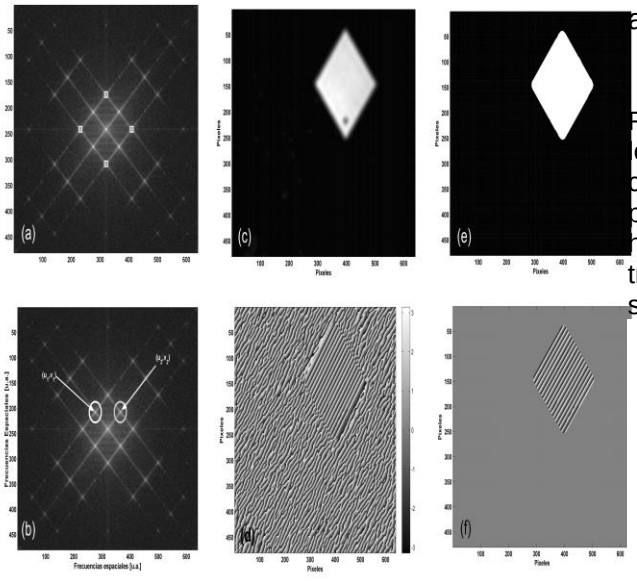


Figura 2. (a y b) La localización de los armónicos al filtrar (c y d) El módulo y la fase obtenida a partir del lóbulo , (e) La máscara obtenida a partir del modulo y (f) la fase de trabajo.

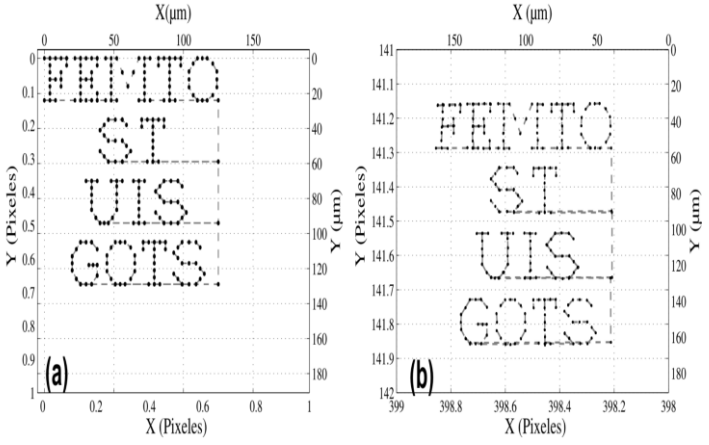



Figura 5. (a) Trayectoria comandada sobre los motores (teórico), (b) trayectoria calculada por el sistema (experimental), los puntos equivalentes a la posición donde se hace una medida y la línea representa la trayectoria
seguida