



## INTERFAZ GRAFICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS FUERZAS DE CAPTURA EN UNA PINZA ÓPTICA USANDO LAS APROXIMACIONES DE RAYLEIGH Y MIE

**Darby Páez Amaya., Néstor A. Arias Hernandez., Martha Lucía Molina Prado**

Grupo de Óptica Moderna (GOM), Facultad de Ciencias Basicas.Departamento de Física y Geología Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia.

### Resumen

En este trabajo se desarrolla una Interfaz Gráfica de Usuario en el software MATLAB, que facilita el análisis de las fuerzas de la luz responsables de la captura de esferas dieléctricas con una pinza óptica tipo gradiente, y que implementa los “Métodos aproximados”, en particular: el “Método Dipolar de Rayleigh” que usa ecuaciones de la electrodinámica para modelar el comportamiento de las fuerzas de captura y el “Método de Rayos Ópticos” que usa la óptica geométrica, permitiendo por medio de ecuaciones sencillas, obtener una aproximación al comportamiento de las fuerzas de captura.

**.Palabras Clave:** Pinza óptica, régimen de Rayleigh, régimen de Mie, fuerza de gradiente, fuerza de Scattering.

### Abstract

#### GRAPHIC INTERFACE FOR ANALYSIS OF THE CAPTURE FORCES IN OPTICAL TWEEZERS USING APPROXIMATION RAYLEIGH AND MIE

A graphical user interface in Matlab for the analysis of forces of light responsible of capture of dielectric sphere with an optical tweezers kind of gradient is realized. In this interface is utilized "approximate methods", in particular: "Dipole Method Rayleigh" that used equations of electrodynamics to model the behavior of forces capture and "Method of Optical Rays" that used geometrical optics, allowing obtained an approximation to the behavior of the capture forces.

**Keywords:** Optical tweezers, method Rayleigh, method of Mie, gradient forces, scattering forces.



\*Para citar este artículo: Páez Amaya D., Arias Hernandez N.A., Martha Lucía Molina Prado.M.L.Interfaz gráfica para el análisis de las fuerzas de captura en una pinza óptica usando las aproximaciones de Rayleigh y Mie.Revista Bistua. 2016.14(2):182-193

+ Autor para el envío de correspondencia y la solicitud de las separatas: Páez Amaya D. Grupo de Óptica Moderna (GOM). Facultad de Ciencias Básicas. Departamento de Física y Geología Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia. email: darbypaez@hotmail.com

Recibido: Octubre 15 2015

Aceptado: Mayo 20 2016

## Introducción

Una pinza óptica es un instrumento que permite capturar y manipular objetos micrométricos y sub-micrométricos usando un haz láser altamente enfocado. Desde la primera observación de captura con presión de radiación [1], se abrió una ventana de aplicaciones en múltiples áreas de la pinza óptica, tales como: la física atómica[2], la nanotecnología[3], la biotecnología[3], la genética[4] en donde se destacan campos como: la biología y la microbiología, debido a la facilidad de analizar de manera individual a los organismos, además de medir fuerzas mecánicas y propiedades elásticas[4,5] con las pinza ópticas. En estas áreas se trabaja con organismos vivos y con el uso de técnicas convencionales, se corre el riesgo de deteriorar la muestra y es debido a la capacidad de sostener y mover organismos sin hacer contacto directo y ejerciendo pequeñas fuerzas de alrededor de los  $pN$  que la pinza óptica se presenta como una herramienta de alto nivel para la investigación.

En este trabajo, se desarrolla una Interfaz Gráfica de Usuario en MATLAB para el análisis de las fuerzas que ejerce la luz sobre una esfera dieléctrica en una pinza óptica tipo gradiente y que permiten la captura de la esfera. En la interfaz se puede introducir datos propios del medio, de la esfera y del láser, al igual que el análisis del comportamiento de las fuerzas de captura para diferentes situaciones. Además, se implementan una variedad de métodos para describir las fuerzas de captura, denominados métodos aproximados, que requieren de ciertas

suposiciones que simplifican los cálculos. El primero de ellos denominado “Teoría Dipolar de Rayleigh” (RDT) o llamado también “Régimen de Rayleigh” aplicado cuando el diámetro de la esfera es mucho menor que la longitud de onda de la luz usada para la captura; este método aproxima el comportamiento de la esfera y la luz a la de un dipolo puntual en un campo electromagnético y que permite el uso de las ecuaciones de la electrodinámica [6]. El segundo de estos métodos es la denominada “Teoría de Rayos Ópticos” (ROT) o llamado también “Régimen de Mie” aplicado cuando las dimensiones de la esfera son mucho mayores que la longitud de onda de la luz; este método divide el haz de captura en múltiples rayos que llevan consigo una cantidad de momento y que transfieren cierta cantidad a la esfera cuando se refleja o refracta sobre su superficie [7].

## MARCO TEÓRICO

Los dos modelos implementados en la interfaz permiten por medio de ecuaciones sencillas obtener una aproximación al fenómeno de captura; estos métodos dividen las fuerzas ópticas en dos:

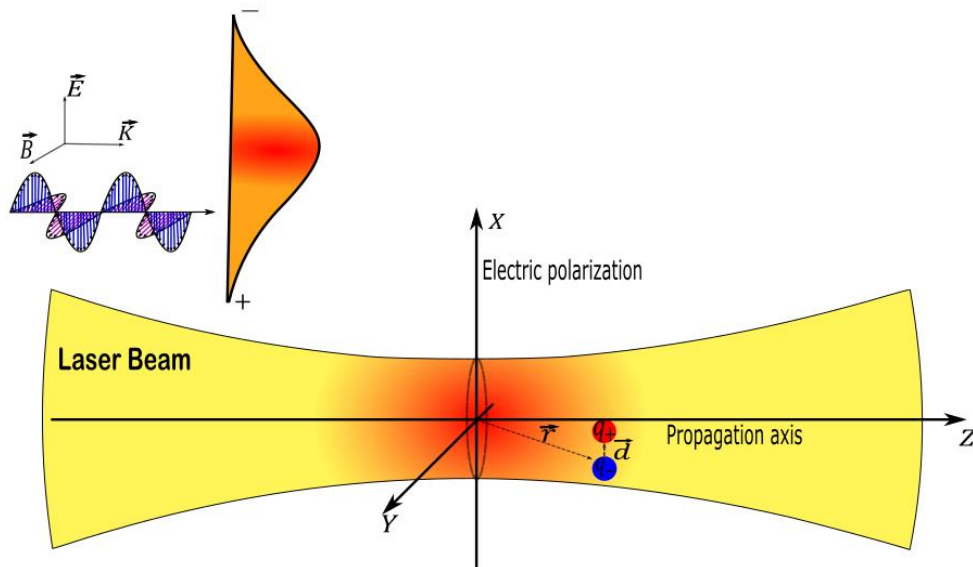
- Fuerza de Scattering: ligada a fenómenos de dispersión del haz de luz al incidir sobre la esfera y que es aplicada en dirección del haz incidente.
- Fuerza de gradiente: dependiente del gradiente espacial de la intensidad del haz de luz incidente y causante de la captura óptica.

## RÉGIMEN DE RAYLEIGH

Este método es aplicado cuando el diámetro de la esfera es significativamente menor a la longitud de onda de la luz. El método consiste en considerar la luz como onda electromagnética y analizar el comportamiento de la esfera dieléctrica cuando ésta interactúa con la radiación de captura. Debido a que la esfera dieléctrica está formada por  $N$  átomos neutros que bajo una aproximación clásica pueden ser considerados como dipolos eléctricos puntuales y que se reordenan y reorientan cuando el campo eléctrico inciden sobre ella; dicho campo es considerado homogéneo sobre la extensión de la esfera debido a lo significativamente pequeña de esta, igualmente, la esfera se comporta como un dipolo eléctrico puntual ubicado en el origen de esta [6], cuando es analizada desde un punto de observación  $\vec{r}(x, y, z)$  ubicado en el centro del haz, y como se observa en la figura 1. Una primera fuerza es consecuencia de la interacción de los campos eléctrico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  y magnético  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  sobre la esfera y es representada por la “fuerza de Lorentz”. El procedimiento consiste en calcular la fuerza eléctrica y magnética desde el punto de observación  $\vec{r}$  sobre el dipolo eléctrico y realizando

una expansión de Taylor multidimensional sobre la función campo eléctrico y campo magnético para la carga positiva, debido a que la separación  $\vec{d}$  entre la carga negativa y positiva es muy pequeña podemos no tener en cuenta los términos de segundo orden y ordenes superiores. Teniendo presente la contribución de ambos campos sobre las cargas, la fuerza es:

$$\vec{F}_{Neta} = q \left\{ \vec{d} \nabla \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{d\vec{d}}{dt} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right\}. \quad (1)$$



**Figura 1:** Representación de la acción del campo eléctrico y magnético del haz Gaussiano sobre el dipolo eléctrico desde un punto de evaluación  $\vec{r}$  ubicado en el origen coordenado y representación de los signos del campo eléctrico en un instante de tiempo, distribución Gaussiana del campo eléctrico y direcciones de propagación de los campos eléctrico, magnético y propagación de la onda electromagnética.

Por acción del campo eléctrico se produce una reorientación (giro) en las cargas y se produce un “momento dipolar eléctrico” que tiene la forma [6] [8]:

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = 4\pi n_m^2 \epsilon_0 a^3 \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (2)$$

186

donde,  $a$  es el radio de la esfera,  $m = n_p/n_m$  es el índice de refracción relativo de la esfera, con  $n_m$  y  $n_p$  los índices de refracción del medio y de la esfera respectivamente. Usando la definición de momento dipolar podemos reemplazando la ecuación 2 en la ecuación 1 y usando identidades vectoriales, además, debido a que el campo eléctrico varía rápidamente en el tiempo se hace necesario usar el promedio temporal y así obtener:

$$\vec{F}_G(\vec{r}) = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \vec{\nabla} I(\vec{r}). \quad (3)$$

La expresión (3) es denominada fuerza de gradiente. Ahora, considerando la forma del campo eléctrico del haz Gaussiano [9]:

$$\vec{E}(\rho, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{ik\rho^2}{2R(z)}\right] \exp[-i(kz - \phi(z))] \hat{x}, \quad (4)$$

donde  $\hat{x}$  es el vector unitario en la dirección de polarización,  $R(z)$  es el radio de curvatura,  $W(z)$  denominado “radio del haz Gaussiano”,  $\phi(z)$  es el cambio de fase de Gouy”,  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda en el medio ( $\lambda$  es la longitud de onda en el medio) y  $E_0$  es el campo eléctrico en el centro de la cintura del haz ( $x = y = z = 0$ ). Luego, calculamos la intensidad para el haz gaussiano a partir de la ecuación (4), reemplazando en la ecuación (3) y aplicando el operador nabla podemos obtener las ecuaciones para la fuerza de gradiente en las tres direcciones normalizadas  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \left(\frac{x}{w_0}, \frac{y}{w_0}, \frac{z}{kw_0^2}\right)$  [6]:

$$\vec{F}_{G,x}(r) = -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2}\right) \frac{4\tilde{x}}{w_0} \left(\frac{2P}{\pi w_0^2}\right) \left(\frac{1}{1 + (2\tilde{z})^2}\right) \exp\left[-\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2}\right] \hat{x}, \quad (5)$$

$$\vec{F}_{G,y}(r) = -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2}\right) \frac{4\tilde{y}}{w_0} \left(\frac{2P}{\pi w_0^2}\right) \left(\frac{1}{1 + (2\tilde{z})^2}\right) \exp\left[-\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2}\right] \hat{y}, \quad (6)$$

$$\vec{F}_{G,z}(r) = -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2}\right) \frac{8\tilde{z}}{kw_0^2} \left[ 1 - \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2} \right] \left(\frac{2P}{\pi w_0^2}\right) \left(\frac{1}{1 + (2\tilde{z})^2}\right) \exp\left[-\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2}\right] \hat{z}, \quad (7)$$

Siendo  $P$  la potencia del haz láser y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. La segunda fuerza que tendremos en cuenta es la que surge de la dispersión de la

luz cuando la onda electromagnética incide sobre el dipolo. Debido a la naturaleza oscilante de los campos eléctrico y magnético el dipolo oscila y actúa como una fuente de emisión secundaria que emite ondas electromagnéticas en todas las direcciones y también al tamaño significativamente pequeño de la esfera con respecto a la longitud de onda de la luz, el dipolo oscila sincrónicamente con el campo. Además, como el medio que rodea a la esfera se considera homogéneo y según el principio de Fresnel-Huygens, la propagación resultante es en dirección de la onda incidente, así, teniendo en cuenta el intercambio de momento lineal del haz al dipolo y escribiendo en términos de la sección transversal de dispersión y las consideraciones anteriores, podemos obtener la denominada fuerza de Scattering [6]:

$$\vec{F}_{Scatt}(r) = \frac{8n_m \pi k^4 a^6}{3c} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2} \right] \hat{z}. \quad (8)$$

### RÉGIMEN DE MIE

Cuando el diámetro de la esfera es mucho mayor que la longitud de onda de la luz de captura, la aproximación dipolar no es aplicable y es allí donde la óptica geométrica que usa el “rayo luminoso” para aproximar el comportamiento de la luz, ha logrado ser efectiva en describir la captura óptica. El rayo de luz lleva consigo asociada una cantidad de momento lineal y transfiere cierta cantidad a la esfera cuando interactúa con la superficie de ésta y puede ser escrita en términos de la eficiencia de captura  $Q$ ; parámetro que cuantifica la eficiencia en la transferencia de momento lineal [7]:

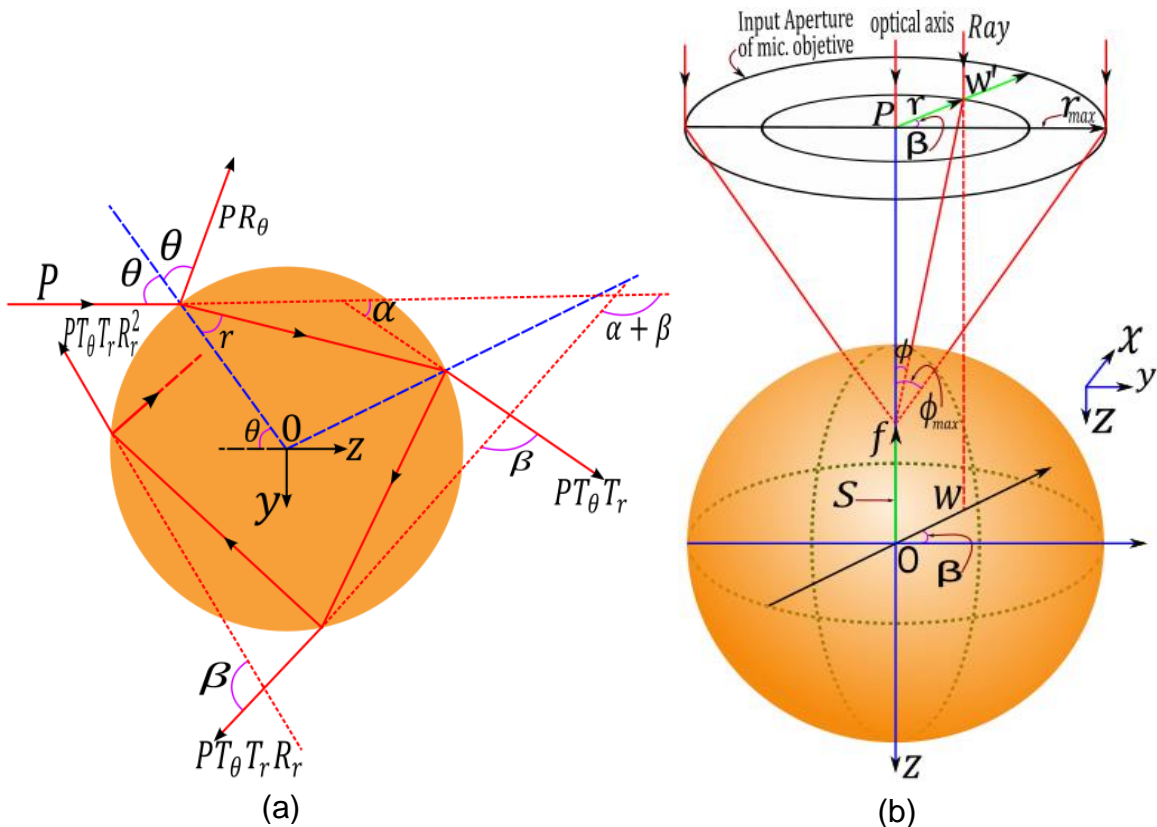
$$\vec{F} = \vec{Q} \left( \frac{c}{n_m P} \right). \quad (9)$$

Si un rayo de potencia  $P$  golpea la superficie de una esfera con cierto ángulo  $\theta$  y genera múltiples reflexiones y refracciones como se observa en la figura 2(a); donde  $R$  y  $T$  son los coeficientes de Fresnel para la intensidad. Podemos entonces calcular la fuerza de captura que puede ser dividida en la componente  $z$  longitudinal a la dirección de propagación y que denominamos “Fuerza de Scattering” y en una componente  $y$  transversal a la dirección de propagación que denominamos “Fuerza de gradiente”, donde se tienen en cuenta la contribución de todos los rayos y con el uso de relaciones geométricas propias de la figura 2(a), podemos obtener [7]:

$$\vec{F}_{Scatt}(\theta) = \vec{F}_z(\theta) = \frac{n_m P}{c} \left\{ 1 + R_\theta \cos(2\theta) - T_\theta T_r \left[ \frac{\cos(2\theta - 2r) + R_r \cos(2\theta)}{1 + R_r^2 + 2R_r \cos(2r)} \right] \right\} \hat{z}, \quad (10)$$

$$\vec{F}_G(\theta) = \vec{F}_y(\theta) = \frac{n_m P}{c} \left\{ R_\theta \sin(2\theta) - T_\theta T_r \left[ \frac{\sin(2\theta - 2r) + R_r \sin(2\theta)}{1 + R_r^2 + 2R_r \cos(2r)} \right] \right\} \hat{y}. \quad (11)$$

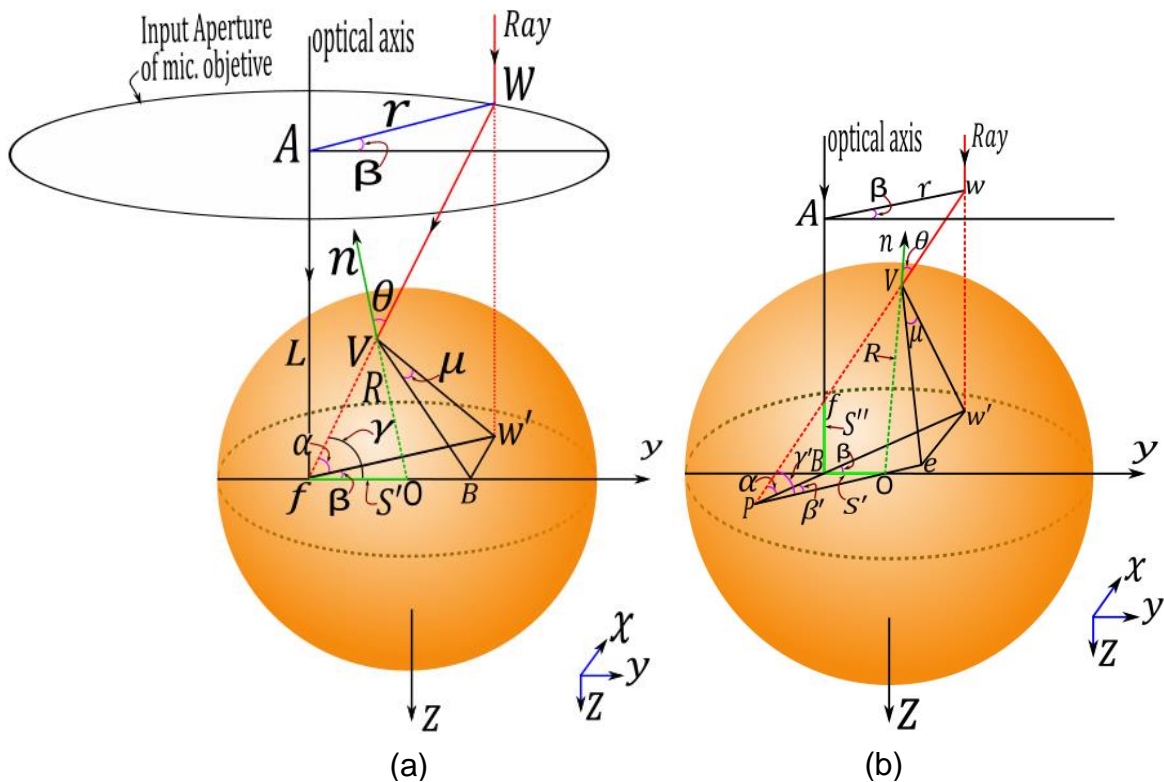
Sin embargo, el análisis del caso anterior no basta para describir el comportamiento de las fuerzas de captura [7] y es necesario analizar algunas situaciones importantes como por ejemplo, cuando el centro de la esfera se encuentra en el eje geométrico del objetivo de microscopio como se observa en la figura 2(b).



**Figura 2:** (a) Rayo con potencia  $P$  golpea una esfera formando un ángulo  $\theta$  con la normal. (b) Geometría usada para representar una trampa óptica cuando el centro de la esfera está en el eje del haz.

Otra situación de particular interés ocurre cuando el centro de la esfera se

encuentra sobre el eje  $y$  y el punto focal de la lente ( $f$ ) está sobre el eje transversal  $y$  a una distancia  $S'$  del origen de la esfera como se observa en la figura 3(a), otra situación que se debe analizar es cuando el haz de captura está enfocado arbitrariamente en el plano  $xy$  en un punto  $f$  localizado a una distancia  $S'$  en la dirección  $-\hat{y}$ , y a una distancia  $S''$  en la dirección  $-\hat{z}$  y cuya proyección  $P$  se encuentra sobre el plano  $xy$  como se observa en la figura 3(b).



**Figura 3:** (a) Geometría usada para representar una trampa óptica cuando el centro de la esfera se encuentra en el eje transversal  $y$ . (b) Geometría usada para representar el caso cuando la luz de captura está enfocada sobre un punto arbitrario en el plano  $xy$ .

El procedimiento para analizar estas situaciones consiste en encontrar la contribución de las fuerzas de Scattering y gradiente para los distintos casos, teniendo en cuenta que para la fuerza de Scattering se toman las contribuciones longitudinales a la dirección de propagación y para la fuerza de gradiente las contribuciones transversales a la dirección de propagación y usar las ecuaciones de la primera descripción (ecuaciones 10 y 11 y figura 1(a)) además de usar relaciones de ángulos para obtener expresiones conocidas y aplicar simplificaciones propias de la simetría del problema, para encontrar expresiones generales a la hora de analizar la contribución total del haz en todos los



cuadrantes del objetivo de microscopio.

## INTERFAZ

Se desarrolló una Interfaz Gráfica de Usuario en donde se implementa los dos métodos vistos anteriormente, la cual facilita el análisis de las fuerzas presentes en la captura óptica de una esfera dieléctrica por una pinza óptica tipo gradiente, además de dar una vista cualitativa al fenómeno de captura.

La interfaz tiene dos opciones principales, en la primera de ellas llamada “Régimen de Rayleigh” se implementa el método visto en la sección 2.1 además esta opción principal posee dos sub-opciones: “Análisis 2D” y “Análisis 3D” que permiten un análisis de las fuerzas en 2D y un análisis del campo de fuerzas en 3D; un panel de introducción de parámetros por parte del usuario y un panel de control para la interfaz, además de 4 gráficas que permiten la visualización del comportamiento de las fuerzas, como se observa en la figura 4.

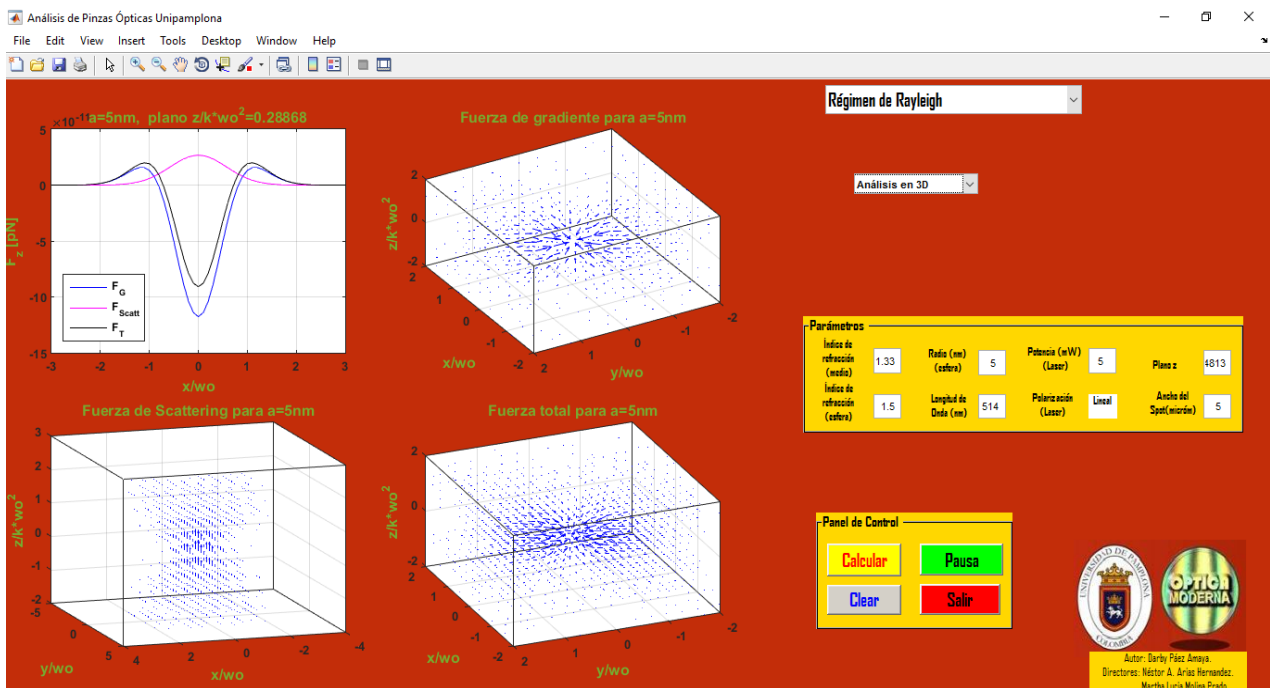


Figura 4: Interfaz, Régimen de Rayleigh.

implementa el Toolbox OTGO [11], el cual permite una visualización punto a punto, facilitando el análisis y la interpretación del comportamiento de las fuerzas



de captura, además de una visualización cualitativa del fenómeno.

En esta segunda opción principal se cuenta con 5 sub-opciones, la primera permite analizar la descripción más simple de una trampa óptica [7] (figura 2(a)) llamada "Primera descripción". La interfaz cuenta con una gráfica donde se puede observar cualitativamente el fenómeno (gráfica de la izquierda en la figura 5) según el paso que el usuario establezca y se puede observar el comportamiento de las fuerzas o eficiencias de captura con el paso establecido por el usuario (gráfica de la derecha en la figura 5); de igual manera esta opción principal cuenta con un panel de parámetros donde el usuario introduce los datos y un panel de visualización de datos para facilitar el análisis, además de un panel de control para la interfaz [10]. La segunda de estas sub-opciones se llama "Foco sobre  $z$ " y permite analizar las fuerzas de captura cuando el centro de la esfera coincide con el eje geométrico de la lente y de igual forma para esta sub-opción la gráfica de la izquierda muestra una visualización del proceso y la gráfica de la derecha muestra el comportamiento de las fuerzas o eficiencias de captura; ambas graficas moviéndose al mismo paso, esto facilita el análisis e interpretación del fenómeno de captura, así mismo las siguientes sub-opción se denominan "Foco sobre el eje  $y$ ", "Foco sobre el plano  $xy$ ", "Foco sobre el plano  $yz$ ", la cuales permiten analizar las situaciones de captura para cuando la esfera se desplaza sobre el eje  $y$ , plano  $xy$  y plano  $yz$  del foco del haz respectivamente.

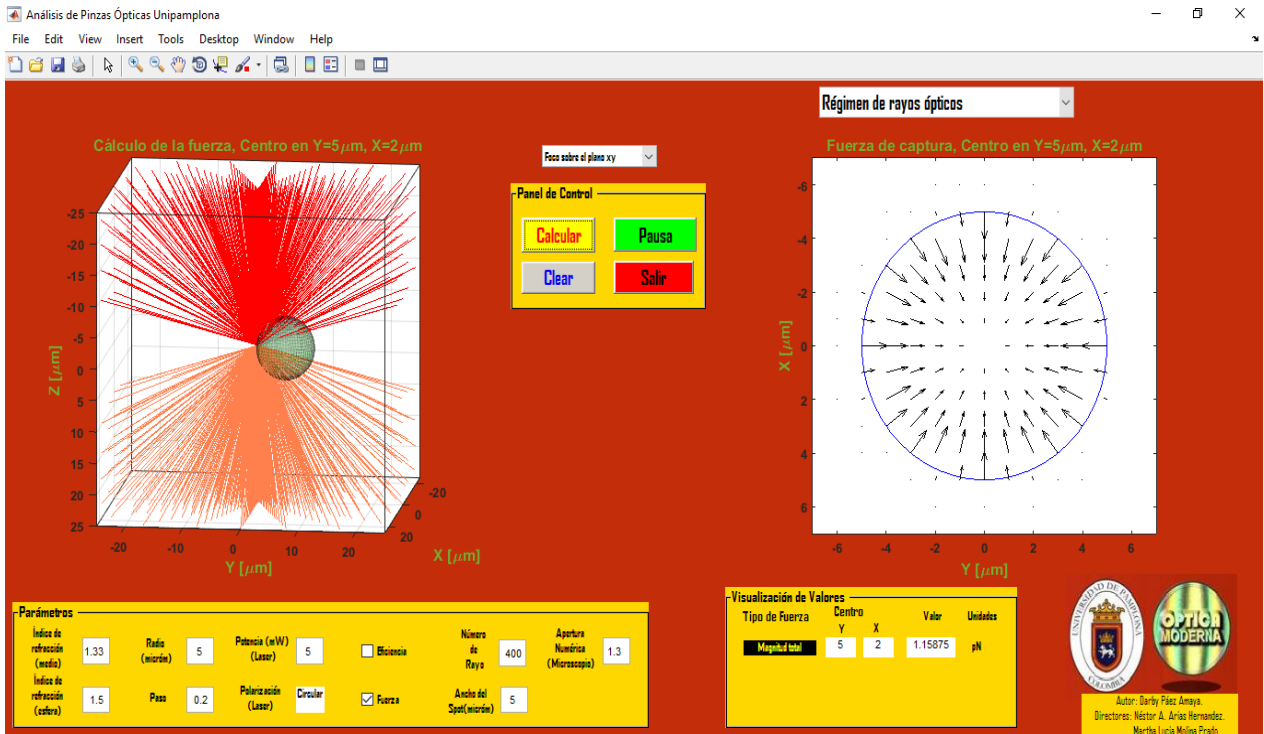


Figura 5: Interfaz, Régimen de rayos ópticos.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una Interfaz Gráfica de Usuario desarrollada en Matlab que implementa una variedad de métodos denominados “Métodos aproximados” y que facilita enormemente los primeros pasos hacia el entendimiento del fenómeno de captura, debido a que además de facilitar la visualización del fenómeno, facilita el análisis del comportamiento de las fuerzas ejercidas por la luz en la captura de una esfera dieléctrica en una trampa óptica tipo gradiente.

## Agradecimientos

Este trabajo se desarrolló gracias al apoyo de la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Pamplona, a los proyectos de Investigación PR130-00-013 (GA150-BP-II-2013-2.1.2.2.1) y PR130-00-012 (GA160-BP-II-2013-2.1.2.2.1).

## Referencias bibliográficas

1. Ashkin, A. (1970). Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. Phys. Rev, 156-159.



2. Ashkin, A. (1970). Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 1321.
3. Ritesh Agarwal, o. L. (2005). Manipulation and assembly of nanowires with holographic optical traps. *Opt Express*, 8906-12.
4. Christoph G. Baumann, S. B. (1997). Ionic effects on the elasticity of single DNA molecules. *Natl Acad Sci U S A.*, 6185-90.
5. Karel Svoboda, C. F. (1993). Direct observation of kinesing stepping by optical trapping interferometry. *Nature*, 721 - 727.
6. Yasuhiro Harada, T. A. (1996). Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Optics Communications*, 529-541.
7. Ashkin, A. (1992). Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophys J.*, 569–582.
8. Jackson, J. D. (1999). Boundary-Value Problems with Dielectrics. En J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (pág. 154). California: John Wiley & Sons, Inc.
9. Saleh, B. (1991). The gaussian beam. En Bahaa E. A. Saleh, “Fundamentals of photonics” (pág. 81-83). Madison, Wisconsin: John Wiley & Sons, INC.
10. Páez Amaya, Darby (2015). “Análisis Teórico de las Pinzas Ópticas Bajo las Aproximaciones de Rayleigh y Mie”. Trabajo de grado, programa de Física, Departamento de Física y Geología; Universidad de Pamplona.
11. Agnese Callegari, M. M. (2014). Computational toolbox for optical tweezers in geometrical optics. *Journal of the Optical Society of America B*, B11-B19.