



## Relación del efecto Casimir y el efecto Scharnhorst con el fenómeno superluminal

Mendoza S Jairo A<sup>1</sup>, Contreras R J. Alexander<sup>2</sup>, Mendoza Suárez Rosalba<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Dpto. de Física - Geología, Grupo de investigación INTEGRAR Universidad de Pamplona,

<sup>3</sup>Dpto de Matemáticas, Universidad de Pamplona., Norte de Santander, Colombia

### Resumen

En el presente trabajo presentamos en detalle los fundamentos teóricos del Efecto Casimir y el Efecto Scharnhorst, los cuales están directamente relacionados con el fenómeno superluminal. A partir de la cuantización del campo electromagnético, en el cual su energía se generaliza como la superposición de modos de onda análogo al oscilador armónico, se calcula la energía de punto cero (ZPE) en el desarrollo de Casimir. Se calcula la fuerza entre dos placas y se relaciona con el Efecto Scharnhorst, dando la posibilidad de velocidades taquionicas.

**Palabras clave:** Efecto Casimir, El Efecto Scharnhorst, fluctuaciones del vacío (ZPE), polarización del vacío, fenómeno superluminal.

### Relationship of the Casimir effect and the effect Scharnhorst with superluminal phenomenon

#### Abstract

We showed the Casimir Effect theoretic foundations in detail in the present work and the Scharnhorst Effect, which are directly related with the phenomenon superluminal. As from the quantization of the electromagnetic field, the one that his energy becomes general in like the overlap of modes of analogous wave to the harmonious oscillator, zero (ZPE) in Casimir development calculates the energy of point itself. The force between two plates is calculated and you relate with the Scharnhorst Effect, giving the possibility of velocities taquionicas.

**Keywords:** Casimir Effect, Scharnhorst Effect, fluctuations of the vacuum (ZPE), polarization of the vacuum, superluminal phenomenon.

### Relação do efeito Casimir eo efeito Scharnhorst com o fenômeno superluminal

#### Resumo

Neste artigo apresentamos em detalhe os fundamentos teóricos do Efeito Casimir e Efeito Scharnhorst, que estão diretamente relacionados com o superluminal. A fenômeno da quantização do campo eletromagnético, em que a energia é generalizado como uma superposição de modos análoga à onda de oscilador harmônico, calcular a energia do ponto zero (ZPE) no desenvolvimento de Casimir.

4

Calcular a força entre duas placas e está relacionado com o efeito Scharnhorst, dando a possibilidade de velocidades de tachyonic.

\*Para citar este artículo: Mendoza S JA, Contreras R JA, Mendoza Suárez R. Relación del efecto Casimir y el efecto Scharnhorst con el fenómeno superluminal. Bistua. 2012.10(2):3-9

+ Autor para el envío de correspondencia y la solicitud de las separatas: Mendoza S JA. Grupo de Investigación Integrar. Universidad de Pamplona. email: jairoam@unipamplona.edu.co

Recibido: Julio 16 de 2011 Aceptado: Agosto 12 de 2012

## 1.-Introducción

La hipótesis de hallar velocidades superluminales (velocidades mayores que "c"), es un tema actual relacionado directamente con los fundamentos de la Teoría Especial de la Relatividad, con inferencias en Astrofísica, en Óptica Cuántica y en aplicaciones de Nanotecnología. El estudio de la propagación taquiónica (propagación superluminal) en el vacío cuántico anisótropo, es de gran interés por varias razones; una de ellas es que la velocidad de la luz "c" considerada como una velocidad máxima, pasa a ser un caso particular, eliminándose toda clase de absolutismo consecuente a la filosofía de la Teoría Especial de la Relatividad. Este hecho no significa de ninguna manera desprenderse de la teoría, tan solo es una generalización o extensión de la misma, puesto que el uso de la velocidad de la luz resulta ser una convención.

Aunque si bien demostrar experimentalmente la existencia de una velocidad mayor a la luz parece ser una utopía, actualmente existen grupos interesados en desarrollar tales experimentos [1, 2, 3, 4,5].

En el presente artículo se estudia en detalle los fundamentos teóricos del Efecto Casimir y el Efecto Scharnhorst, los cuales están directamente relacionados con el fenómeno superluminal. Para lo cual es necesario considerar temas como: fluctuaciones de la energía del punto cero (ZPE), polarización del vacío de Minkowski, protección de la Causalidad, velocidad de fase superior a la velocidad de la luz, también se considera el uso de una Métrica Efectiva al interior del

vacío de Casimir y por último proponer ir más allá de los límites, puesto que solo aquellos que se arriesgan a ir demasiado lejos, averiguan cuán lejos pueden ir. Y de este modo a través de un procedimiento teórico se corrobore la hipótesis planteada anteriormente.

## EL Efecto Casimir

El Efecto Casimir es la manifestación más palpable que se conoce de las fluctuaciones de energía que se producen en el estado vacío de un sistema cuántico por acción de condiciones externas[3]. A grandes rasgos este fenómeno describe una fuerza entre dos placas conductoras paralelas separadas unos cuantos nanómetros.

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell del campo electromagnético, usando el Gauge de Coulomb, se define la ecuación de Poisson donde se considera densidad de carga y densidad de corriente  $(\rho, J)$  nulas, donde se reduce a la ecuación de onda electromagnética. Una de las soluciones consiste en realizar la superposición de ondas planas [6].

$$\vec{A} \equiv \sum_{\lambda} \sum_k [C_{\lambda,k} \vec{\epsilon}(\lambda, k) \frac{e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}}{\sqrt{V}} + C_{\lambda,k}^* \vec{\epsilon}(\lambda, k) \frac{e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}}{\sqrt{V}}] \quad (1)$$

De acuerdo a la densidad de energía electromagnética por unidad de volumen  $u$  e integrando se obtiene el Hamiltoniano electromagnético:

$$H_{EM} = \frac{1}{8\pi} \int [(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})^2 + (\vec{\nabla} \times \vec{A})^2] d^3r \quad (2)$$

5

Al sustituir el potencial  $\vec{A}$  definido en (1) el Hamiltoniano se reduce a la expresión:

$$H_{EM} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda,k} \frac{\omega^2}{c^2} C_{\lambda,k}^* C_{\lambda,k} \quad (3)$$

Definiendo las relaciones de los coeficientes de la forma:

$$q_{\lambda,k} \equiv \frac{1}{c\sqrt{4\pi}}(C_{\lambda,k} + C_{\lambda,k}^*); \quad p_{\lambda,k} \equiv \frac{-i\omega}{c\sqrt{4\pi}}(C_{\lambda,k} - C_{\lambda,k}^*) \quad (4)$$

Luego el Hamiltoniano (3) queda de la forma

$$H_{EM} = \sum_{\lambda,k} \frac{1}{2} (p_{\lambda,k}^2 + \omega^2 q_{\lambda,k}^2) \quad (5)$$

Lo interesante de este resultado es que el campo electromagnético puede considerarse como una superposición de osciladores armónicos independientes. Análogamente al incluir los operadores de creación y destrucción definidos en (6),

$$\hat{a}_{\lambda,k} \equiv \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar}}(\hat{q}_{\lambda,k} + \frac{i}{\omega}\hat{p}_{\lambda,k}); \quad \hat{a}_{\lambda,k}^\dagger \equiv \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar}}(\hat{q}_{\lambda,k} - \frac{i}{\omega}\hat{p}_{\lambda,k}) \quad (6)$$

Luego el Hamiltoniano en términos de operadores queda de la forma:

$$\hat{H}_{EM} = \sum_{\lambda,k} \hbar\omega(\hat{a}_{\lambda,k}^\dagger \hat{a}_{\lambda,k} + \frac{1}{2}) \quad (7)$$

El estado de más baja energía para el Hamiltoniano (7) se denomina *estado de vacío*, el cual se denota por el ket  $|0\rangle$ , el operador de aniquilación sobre el estado vacío satisface la relación,

$$\hat{a}_{\lambda,k}|0\rangle \equiv 0 \quad (8)$$

Al aplicar el operador Hamiltoniano sobre el estado vacío se obtiene la expresión de la energía del punto cero (ZPE) la cual estará dada por:

$$\langle E \rangle_{ZPE} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \sum_k \hbar\omega \quad (9)$$

Ahora al considerar dos placas paralelas metálicas perfectamente conductoras de áreas  $L \times L$  y separadas una distancia  $a$ , proyectada sobre el eje  $x$ , la energía de (9) esta dada por:

$$\langle E \rangle_{ZPE} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \sum_n \hbar c \left[ \frac{\pi^2 n_x^2}{a^2} + \frac{\pi^2 (n_y^2 + n_z^2)}{L^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

Considerando dos regiones, la primera es la región en la cual los nodos en  $y$  y  $x$  se saturan y se aproximan a ser continuos se produce una cavidad en la cual la distancia entre placas es un múltiplo entero de la medida de longitud de onda y constituyen las frecuencias propias o los "modos resonantes de vibración". Para las demás longitudes de onda el campo queda atenuado. La ecuación (10) toma la forma:

$$\langle E \rangle_{ZPE}^{box} = \frac{\hbar c \pi}{2a} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{n_x=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} [n_x^2 + (\frac{a}{L}n_y)^2 + (\frac{a}{L}n_z)^2]^{1/2} dn_y dn_z \quad (11)$$

Luego el valor esperado de la energía en el vacío dentro de la cavidad resonante queda

$$\langle E \rangle_{ZPE}^{box} = \frac{\hbar c \pi^2 L^2}{8a^3} \left( \int_0^{\infty} \sqrt{u} du + 2 \sum_{n_x=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt{n_x^2 + u} du \right) \quad (12)$$

Considerando ahora la relación del valor esperado de la energía "ZPE" sin las condiciones de contorno se tiene:

$$\langle E \rangle_{ZPE}^{vacuum} = \frac{\hbar c \pi^2 L^2}{8a^3} \left( 2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt{n_x^2 + u} du dn_x \right) \quad (13)$$

Como se observa la energía del punto cero en la cavidad (12) y la energía del punto cero en el vacío (13) son infinitas; sin embargo la diferencia entre ellas no, luego la diferencia entre las dos está dada por:

$$\delta E_{ZPE} = 2 \frac{\hbar c \pi^2 L^2}{8a^3} \left( \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \sqrt{u} du + \sum_{n_x=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt{n_x^2 + u} du - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt{n_x^2 + u} du dn_x \right) \quad (14)$$

6

Para resolver esta ecuación se usa la fórmula de integración de Euler-Maclaurin.

$$\int_0^m I(n_x)dn_x = \frac{1}{2}I(0) + I(1) + I(2) + \dots + \frac{1}{2}I(m) - \frac{B_2}{2!} \left[ \frac{dI(m)}{dn_x} - \frac{dI(0)}{dn_x} \right] - \frac{B_4}{4!} \left[ \frac{d^3I(m)}{dn_x^3} - \frac{d^3I(0)}{dn_x^3} \right] - \dots \quad (15)$$

Con  $B_n$  los números de Bernoulli. En altas frecuencias ( $m \rightarrow \infty$ ) y eliminando la resonancia y saturación producida a altas frecuencias se encuentra la variación de energía ZPE predicha por Bohr:

$$\delta E_{ZPE} \simeq -\frac{\hbar\pi^2 c}{720a^3} L^2 \quad (16)$$

Donde  $a$  define la separación entre placa.  $L^2$  es el área entre ellas. Finalmente de (16) se obtiene la Fuerza de Casimir:

$$F_C = -\frac{\hbar\pi^2 c}{240a^4} L^2 \quad (17)$$

### Efecto Scharnhorst

Scharnhorst demostró que esta propagación de la luz en el vacío de Casimir se caracteriza por una velocidad anómala. La fenomenología al interior del vacío anisotrópico define taquiones propagándose en la dirección perpendicular a las placas metálicas con velocidad  $c$  la cual excede ligeramente a la usual velocidad  $c$  de un fotón ordinario propagándose en el vacío de Minkowski. Los fotones en las direcciones paralelas a las placas metálicas los fotones se propagan sin alteración alguna a la velocidad de la luz  $c$ .

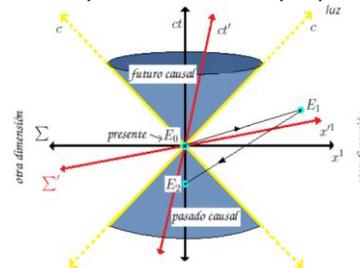
Scharnhorst muestra como el uso de una métrica efectiva  $g_{\mu\nu}$  la cual permite especificar la propagación del taquion al interior del vacío de Casimir. [1, 2, 4, 5, 6, 7,8]. En relatividad se mencionan velocidades menores de la luz, pero la posibilidad de tener velocidades mayores a la luz implicaría tener conexión casual entre dos eventos la cual puede ser establecida solo

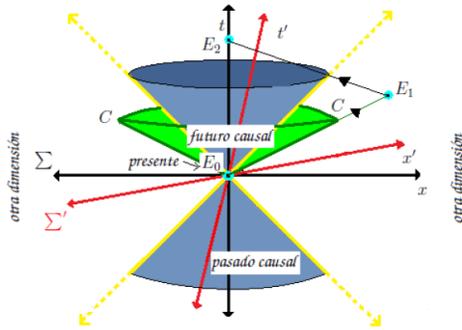
por el transcurso de sus tiempos. Si dos eventos "cono espacio"  $E_0(t_0, x_0)$  y  $E_1(t'_1, x'_1)$  están conectados casualmente con taquiones (ver FIGURA 1). El evento  $E_0$  (cual pertenece al sistema de referencia  $\Sigma$ ) envía un taquion (dirigido a futuro) desde la posición  $x_0 = 0$  en el tiempo  $t_0 = 0$  hacia el evento  $E_1$  (en el sistema  $\Sigma'$ ), cual le recibe en el tiempo  $t'_1 > 0$ . No obstante, siempre es posible encontrar otro observador  $\Sigma'$  tal que  $t'_0 = 0$ ,  $x'_0 = 0$  y  $t'_1 < 0$ . Una vez recibido el taquion por  $E_1$ , este le regresa inmediatamente (dirigido a futuro con respecto a  $\Sigma'$ ) al sistema  $\Sigma$  con posición  $x_2 = 0$  y tiempo  $t_2$ . Por simple lógica se espera que  $E_0$  fuese causa de  $E_1$  y sucesivamente  $E_1$  fuese causa de  $E_2$ , lo que significa que  $E_0$  será causa de  $E_2$ . Sin embargo, esto no resulta de esta forma, puesto que de acuerdo a la dilatación del tiempo

$$\Delta t' = \Delta t / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad [9],$$

se halla que el tiempo  $t_2 < t_0$ , lo que significa que la señal, con respecto a  $E_0$ , ha viajado al pasado, situándose de esta manera en el evento  $E_2$ .

El resultado es paradójico, porque si  $E_0$  y  $E_2$  están relacionados como tiempo con respecto al sistema de referencia  $\Sigma$ , implica que sobre la línea del universo  $t_0 > t_2$  indicando que el evento  $E_0$  es efecto del evento  $E_2$ . Después de todo, el uso de los fotones de Scharnhorst genera una inversión en el eje temporal. En inferencia, se concluye que si es posible la propagación superluminal siempre y cuando esta no transmita información. Lo que debe estar prohibido es transmitir información con velocidades superiores a  $c$ , pues ello permitiría una completa comunicación entre cierta partícula con su propio pasado [10].





**FIGURA 1:** (a) Paradoja al usar taquiones.  $E_0$ ,  $E_1$ , y  $E_2$  corresponden a eventos que están casualmente conectados y dependen del envío de taquines. (b) Propagación del taquion sin paradojas casuales. Ambas señales viajan a futuro en un sistema de referencia en reposo  $\Sigma$ .

**Métrica Efectiva, Velocidades Superiores a la Luz**

Considérese la Métrica Efectiva de Scharnhorst [1,2],

$$g_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} - \frac{\xi(a)}{1 + \xi(a)} n_\mu n_\nu \quad (18)$$

Donde  $\eta_{\mu\nu}$  es la métrica de Minkowski,  $\xi$  es la función de acoplamiento y  $\eta^\mu = (0,1,0,0)$  es el cuadvectores ortogonal a las placas de Casimir. El término  $\xi$  es una función dependiente de "a" (distancia entre placas), resultado de las correcciones de QED y se define como [1]:

$$\xi(a) \equiv \frac{11\pi^2 \alpha^2}{4050 a^4 m_e^4} \simeq 4,36 \times 10^{-32} \left(\frac{10^{-6} m}{a}\right)^4 \quad (19)$$

El valor que define la expresión (19) es pequeño, pero positivo y en comparación a la métrica de Minkowski, las líneas del cono de velocidad sobre la métrica  $g_{\mu\nu}$  "son ligeramente más amplias en la dirección

ortogonal a las placas", otorgando la posibilidad de hallar propagaciones superluminales sin paradojas causales. Esto implica que la velocidad de las señales de propagación taquiónica es levemente más alta que la velocidad de la luz  $c$ , la cual se mantiene intacta en las direcciones  $y$  y  $z$  al interior de la cavidad resonante, es decir,  $C_{||} = c$ .

Inicialmente se adopta a la velocidad de la luz  $c$  como velocidad invariante. Por lo tanto, la respectiva relación de dispersión (intervalo espacio-tiempo, cono de luz) es [9]:

$$\eta_{\mu\nu} \delta x^\mu \delta x^\nu = 0$$

$$c \delta t = (g_{ij} \delta x^i \delta x^j)^{1/2} \quad (20)$$

Donde  $g_{ij}$  es la métrica Euclídeana. La relación de dispersión aplicada a (18) define:

$$g_{\mu\nu} \delta x^\mu \delta x^\nu = 0$$

$$n_{\mu\nu} \delta x^\mu \delta x^\nu = \frac{\xi(a)}{1 + \xi(a)} (n_\mu \delta x^\mu)^2 \quad (21)$$

Ahora, considérese dos eventos con coordenadas  $E_1 := x^\mu$  y  $E_2 := x^\mu + \delta x^\mu$ , ambos acontecen sobre la línea del universo de un fotón (cono luz). En inferencia, un observador de cuadvirvelocidad  $u^\mu$  puede descomponer el intervalo  $\delta x^\mu$  en el lapso de tiempo:

$$\delta \tau = \frac{1}{c} u_\mu \delta x^\mu = \frac{1}{c} \eta_{\mu\nu} u^\mu \delta x^\nu \quad (22)$$

Finalmente, se obtiene la velocidad del fotón con respecto al observador  $u^\mu$ , la cual esta descrita por el concepto de velocidad instantánea de la forma:

$$\begin{aligned}
 c_{\text{taquion}}^{(u)}(\phi) &= \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} \frac{\delta|\vec{x}|}{\delta\tau} \\
 &= \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} \frac{(\eta_{\mu\nu}\delta x^\mu\delta x^\nu + c^2(\delta\tau)^2)^{1/2}}{\delta\tau} \\
 &= \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} [c^2 + \frac{\eta_{\mu\nu}\delta x^\mu\delta x^\nu}{(\delta\tau)^2}]^{1/2} \\
 &= \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} [c^2 + \frac{\xi(a)}{1 + \xi(a)} \frac{c^2(n_\mu\delta x^\mu)^2}{(\eta_{\mu\nu}u^\mu)^2(\delta x^\nu)^2}]^{1/2} \\
 & \qquad \qquad \qquad (23) \\
 c_{\text{taquion}}^{(u)}(\phi) &= \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} c[1 + \frac{\xi(a)}{1 + \xi(a)} (\frac{n_\mu\delta x^\mu}{u_\nu\delta x^\nu})^2]^{1/2} \\
 & \qquad \qquad \qquad (24)
 \end{aligned}$$

Son diversas las conclusiones que se desprenden de este trabajo, un resultado interesante es que siempre  $c_{\text{taquion}}^{(u)}(\phi) \geq c$  y que posee un único valor para cada observador de cuadrivelocidad  $u^\mu$ .

Esta característica previene la posibilidad de paradojas casuales.

La relevancia de la definición Causalidad Estable y el Teorema, dotado con la métrica de Minkowski  $\eta_{\mu\nu}$  al exterior y la métrica efectiva (18) al interior de las placas, es causalmente estable. Usando la coordenada temporal en el sistema de referencia en reposo al interior de las placas, definida globalmente como  $t$ , entonces  $\nabla_\mu t$  no es nula en cualquier circunstancia y es cono de tiempo. Por lo tanto, el procedimiento está causalmente a salvo. Esto es suficiente para garantizar que nunca se encontrara una violación a la causalidad [1].

## Referencias:

[1] Stefano Liberati, Sebastiano Sonego and Matt Visser. Faster-than-c signals special relativity and causality. *Annals Phys.* 298 (2002) 167-185, arXiv:gr-qc/0107091.

(8)

[2] Stefano Liberati, Sebastiano Sonego and Matt Visser. "Scharnhorst Effect at oblique incidence", *Phys. Rev. D* 63 (2001) 085003, arXiv:quant-ph/0010055.

[3] Emilio Elizalde. "Efecto Casimir", Cern Courier, 1979(Casimir) de manuscrito. Investigación y Ciencia marzo 2009.

[4] K Scharnhorst, "On propagation of light in the vacuum between plates", *Phys. Lett.* B237, 559-562(1990).

[5] G. Barton, "Faster-than-c light between parallel mirrors. The Scharnhorst Effect rederived", *Phys. Lett.* B237, 559-562 (1990).

[6] Walter Dittrich and Holger Gies. "Light propagation in non-trivial QED vacua", arXiv:hep-ph/9804375.

[7] [G. Barton and K. Scharnhorst, "QED between parallel mirrors: light signals faster-than-c, or amplified by the vacuum", *J. Phys. A* 26, 2037-2046 (1993).

[8] K. Scharnhorst, "The velocities of light in modified QED vacua", *Ann. Phys. (Leipzig)* 7, 700-709 (1998) [hep-th/9810221].

[9] A. P. French. "Special Relativity". The M.I.T. Introductory Physics Series. Massachusetts Institute of Technology, 1966.

[10] W. Luis Mochán y Vera L. Brudny. "Superluminidad". Universidad Autónoma de México y Universidad de Buenos Aires, 2000.