



## Sección eficaz y vida media del átomo Hidrogeno Pionico $H\pi$

Delgado Solano Amando, Mendoza S Jairo Alonso.

Universidad de Pamplona, grupo de investigación INTEGRAR del departamento de Física Geología de la Universidad de Pamplona.

### Resumen

En el presente trabajo se hace el cálculo de la vida media del hidrógeno piónico usando una expansión de la mecánica cuántica del átomo de hidrógeno, haciendo uso de la Teoría Cuántica de Campos, se considera en lugar del electrón en el átomo de hidrógeno el pion, es de aclarar que es una primera aproximación en la cual no se han tenido en cuenta las contribuciones de las interacciones fuertes, lo cual llevara para un trabajo posterior. Se discuten los resultados numéricos y se comparan con el estado ligado  $\pi^+ \pi^-$ .

**Palabras clave:** Amplitud, cuadrimomento, decaimiento, cromodinámica cuántica  $QCD$ , vida media, longitud de dispersión.

### Abstract

Presently work is made the calculation of the mean life of the pionic hydrogen using an expansion of the quantum mechanics of the atom of hydrogen, making use of Quantum field theory, it is considered instead of the electron in the atom of hydrogen the pion, it is of clarifying that it is a first approach in which have not been kept in mind the contributions of the strong interactions, that which took for a later work. We examined the numerical results and compare with the related status  $\pi^+ \pi^-$ .

**Keywords:** Amplitude, quadri-momentum, scattering, quantum chromodynamics  $QCD$ , mean life, length of scattering.

\*Para citar este artículo: Delgado Solano A, Mendoza S J.A. Sección eficaz y vida media del átomo Hidrogeno Pionico  $H\pi$

+ Autor para el envío de correspondencia y la solicitud de las separatas: Mendoza Suarez J.A.Universidad de Pamplona, grupo de investigación INTEGRAR .Departamento de Física Geología de la Universidad de Pamplona. Email: jairoam@unipamplona.edu.co

Recibido: Octubre 15 de 2012 Aceptado: Septiembre 15 de 2013

56

## Introducción

El desarrollo de la física en los últimos tiempos, específicamente la física de partículas; ha permitido a los científicos estudiar en mayor detalle los estados ligados entre partículas, en particular el átomo de hidrógeno como el estado ligado más simple de dos cuerpos nos permite hacer extensiones como es la de los átomos hadrónicos. Existen diferentes tipos de átomos hadrónicos, dependiendo de los hadrones implicados; en este artículo se estudia el átomo hadrónico denominado hidrógeno pionico ( $H\pi$ ); considerado por la comunidad científica como uno de los más importantes por ser relativamente el más sencillo de estudiar; además es uno de los primeros átomos hadrónicos en ser observados experimentalmente [1]. El  $H\pi$  consiste en un estado ligado de protón-pion negativo ( $p\pi^-$ ); y su estudio lo realizamos partiendo de la teoría del átomo de hidrógeno, considerando principalmente interacciones electromagnéticas. Para determinar la sección eficaz, la tasa de decaimiento y la vida media de este hemos hecho uso de la regla de Fermi.

## II. LA REGLA DE FERMI

La regla de Fermi permite calcular la probabilidad de que ocurra la transición por unidad de tiempo en un proceso determinado. La regla

dice que la probabilidad de la transición de cualquier proceso es proporcional al acople entre los estados inicial y final conocida como amplitud, por el número de maneras distintas en que se puede dar la transición; el espacio de fase.

Si consideramos un caso en particular en el que una partícula inicialmente en reposo de masa  $m_1$  decae en 2 diferentes de masas  $m_2$  y  $m_3$ ;  $m_1 = m_2 + m_3$ ; la razón de decaimiento para este proceso está dado por [2]:

$$\Gamma = \frac{s |M|^2 |p|}{8 \pi \hbar m_1^2 c} \quad (1)$$

Donde  $p$  es la magnitud del tri-momento de cualquiera de las partículas generadas. Sea  $|p|$  la magnitud del momento para el cual la energía se conserva; entonces aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento y solucionando para  $p$  se encuentra [3]:

$$|p| = \frac{c m_1}{2} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{m_2 + m_3}{m_1}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{m_2 - m_3}{m_1}\right)^2\right)} \quad (2)$$

En los procesos de dispersión, consideramos 2 partículas que interactúan entre sí, sufriendo una dispersión en otras 2 partículas de la

forma  $1 + 2 \square 3 + 4$ , la sección eficaz de dispersión está dada por [2]:

57

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{c\hbar}{8}\right)^2 \frac{|M|^2 s |p_3|}{(E_1 + E_2)^2 |p_1|} \quad (3)$$

Ya que en el centro de masa se cumple que  $p_1 = -p_2$  y  $p_3 = -p_4$  en (3) se pueden intercalar los momentos de las partículas entrantes y salientes.

Conociendo la forma de la amplitud  $M$  se puede calcular aplicando la regla de oro de Fermi la sección transversal de dispersión para este proceso.

### El Hidrogeno Pionico $H\pi$

Como se mencionó, el átomo hidrógeno pionico  $H\pi$  es un estado ligado de protón-pion, análogo al átomo de hidrógeno con la diferencia que el electrón se ha reemplazado con un pion negativo. En esta sección se realiza el estudio el

estado ligado  $\pi^- p$ , tomando las amplitudes para el canal de dispersión y las ondas  $S$  de este sistema, con el fin de sustituir en la amplitud las longitudes de dispersión de dichas ondas en el estado  $1s$  del átomo  $H\pi$ , lo que facilita el cálculo de sus respectivos parámetros.

### Vida media y taza de decaimiento del $H\pi$

Tomamos el átomo  $H\pi$  en el canal

de decaimiento  $H\pi \rightarrow n\pi^0$  [3][4]

donde se considera el átomo  $H\pi$  como la partícula a decaer. Tomando taza de decaimiento dada por la ecuación (1). Teniendo en cuenta que después del decaimiento no hay partículas idénticas y

para este caso tomando  $m_i = m_\pi + m_p$  la masa de la partícula antes de decaer se tiene:

$$\Gamma = \frac{|p|}{18\pi\hbar c} \frac{(a_0^{3/2} - a_0^{1/2})^2}{(m_\pi + m_p)^2}; \quad (4)$$

Donde el término de la amplitud se ha tomado de los canales de dispersión [3][5][6] y  $|p|$  es el momento de cualquiera de las partículas generadas después del decaimiento dado por la ecuación (2), reemplazando las masas correspondientes se llega a:

$$|p| = 28.05 \frac{M_e V}{c} \quad (5)$$

Finalmente se obtiene el valor de la taza de decaimiento y la vida media del átomo  $H\pi$ , el valor aproximado de estos observables es:

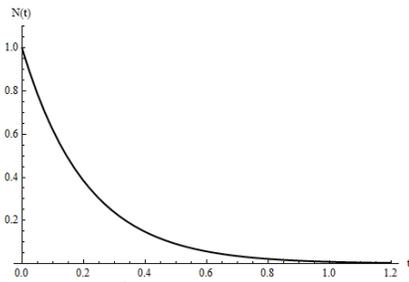
$$\Gamma = 4.78163 \cdot 10^{13} s^{-1}; \tau = 2.09134 \cdot 10^{-14} s \quad (6)$$

Al modelar el decaimiento del átomo  $H\pi$  en función del tiempo, por medio de la ecuación de decaimiento [2]:

$$N(t) = N_0 e^{-\Gamma t} \quad (7)$$

en la figura (1) se muestra la forma como decae el átomo  $H\pi$ , la escala para el eje temporal está dada  $t \times 10^{-13} s$ ; se puede observar como en un corto tiempo el átomo se desintegra, también el valor de su vida media.

58



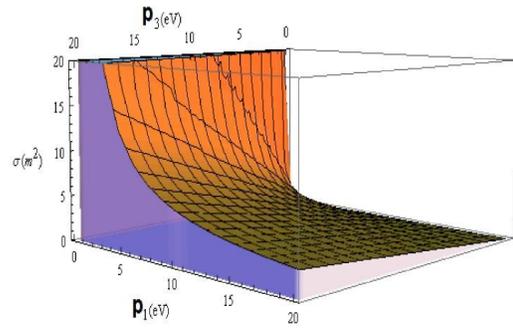
**Figura 1:** Átomo  $H\pi$  decayendo en función del tiempo. La escala temporal esta en  $t \times 10^{-13} s$ .

### Sección eficaz del $H\pi$

Para determinar la sección eficaz del átomo  $H\pi$  se considera el proceso de dispersión  $p^+ + \pi^- \rightarrow n + \pi^0$ . Aquí el sistema dispersor está formado por el protón y el pion negativo, mientras que el sistema dispersado lo conforman el neutrón y el pion neutro. Retomando la ecuación (3) de la sección eficaz y reemplazando la amplitud de este proceso en términos de las longitudes de dispersión de ondas S [4][7] y ya que no hay partículas idénticas luego de la interacción se llega a:

$$\sigma = \frac{1}{72\pi} \left( \frac{a_0^{3/2} - a_0^{1/2}}{E_1 + E_1} \right)^2 \frac{|p_3|}{|p_1|} \quad (8)$$

Donde se han tomado unidades naturales y la integral del ángulo sólido igual a  $4\pi$ . En la figura (2) se presenta el comportamiento de la sección eficaz  $\sigma$  en función de los momentos, la escala para el eje de la sección eficaz esta en  $\sigma \times 10^{-4}$ .



**Figura 2:** Sección eficaz para el átomo  $H\pi$  en función del momento. La escala para el eje de la sección eficaz está en  $\sigma \times 10^{-4}$ .

### DISCUSION

En el desarrollo de este trabajo se utilizó la regla de Fermi ecuación (1) la cual es sumamente práctica y de un fácil manejo en la aplicación de procesos de interacción entre partículas, se ha aplicado para dos procesos en particular; obteniendo resultados que se consideran aceptables considerando la poca literatura existente sobre la evidencia experimental. Los resultados obtenidos con la regla de Fermi son consistentes con otros valores existentes para otros estados ligados como por ejemplo el átomo pionico, al cual se le ha calculado la vida media  $\tau = 1 \times 10^{-15} s$  [5][8][9][10], el resultado obtenido para el átomo  $H\pi$  es  $\tau = 2.09134 \times 10^{-14} s$ ; la cual es mayor a la vida media del pionium ( $\pi^+\pi^-$ ), lo que era de esperarse ya que el átomo  $H\pi$  al considerarse análogo al átomo de hidrógeno tiene que ser más estable que el estado  $\pi^+\pi^-$ , por esta razón es correcto afirmar que los resultados aquí

59

obtenidos están dentro de las expectativas teóricas.

Actualmente existen muchos grupos de trabajo interesados en los átomos



hadrónicos; los estudios y mediciones experimentales hechos hasta hoy han sido de anchos y cambios en los niveles de energía para el átomo  $H\pi$  [3]; a diferencia de otros como el pionium  $\pi^+\pi^-$ , al cual se le ha calculado tasa de decaimiento y vida media, pero a pesar de esto un inconveniente importante como ya fue mencionado antes, en la bibliografía utilizada no se han encontrado ecuaciones o valores experimentales que describan los parámetros aquí calculados; razón por la cual lamentablemente no se tiene punto de referencia para corroborar los resultados aquí obtenidos.

La vida media del  $\pi^+\pi^-$  es  $2.6033 \times 10^{-8}$  s, mientras que la del átomo  $H\pi$  obtuvimos  $2.09134 \times 10^{-14}$  s aproximadamente, lo que quiere decir que el pion es más estable que el átomo  $H\pi$ , luego se asume que el pion alcanza a realizar varios giros alrededor del protón antes de decaer lo que lleva a considerar al átomo  $H\pi$  un estado cuasi-estable.

En la expresión de la sección eficaz para el átomo  $H\pi$  ecuación (8) se puede apreciar con claridad que es inversamente proporcional a las energías de las partículas del sistema dispersor, entonces si aumentan los momentos iniciales la sección eficaz varía disminuyendo considerablemente, esto se debe a que si el pion tiene suficiente energía para superar el potencial de interacción no será dispersado por el protón, en este caso se puede considerar un choque frontal si esta es la dirección inicial, pero si no están en dirección de colisión entonces el pion no sufrirá la dispersión, como sucede en los aceleradores de partículas.

### Referencias Bibliográficas

- [1] A Deloff. Soltan Institute for Nuclear Studies, Warsaw, Poland. Fundamentals in hadronic Atom Theory. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2003.
- [2] David Griffiths. Introduction to Elementary Particles. Red college. Jhon Wiley and sons, INC. 1987.
- [3] A. N. Ivanov, M. Faber, A. Hirtl, J. Marton, N. I. Troitskaya. On pionic hydrogen. Quantum field theoretic, relativistic covariant and model independent Approach arXiv:nuclth/0306047v3 20 Nov 2003.
- [4] Claude Itzykson, Jean Bernard Zuber. Quantum Field Theory. McGraw-Hill. International Edition 1980.
- [5] J. Gasser, V.E. Lyubovitskij and A. Rusetsky. Hadronic atoms in QCD + QED arX-iv:0711.3522v2 [hep-ph]. 11 Mar 2009.
- [6] Barry R. Holstein Institut Kernphysik and Department of Physics and Astronomy University of Massachusetts February 9 2008 Amherst Hadronic Atoms and  
<sup>60</sup>Effective Interactions. arXiv:nuclth/9901041v2. 17 Sep 1999.
- [7] L. I. Schiff, Quantum Mechanics. New York, McGraw-Hill, Third Edition. Universidad Nacional de Colombia. 2004.



- [8] JULIA SCHWEIZER Institute for Theoretical Physics, University of Bern, Sidlerstr. 5 CH-3012 Bern, Switzerland  
SPECTRUM AND DECAYS OF HADRONIC ATOMS. arXiv:hep-ph/0408055 v1. 4 Aug 2004.
- [9] B. Adeva, L. Afanasyev, M. Benayoun, A. Benelli, Z. Berka, V. Brekhovskikh, G. Caragheorgheopol, et al. First measurement of the  $\pi^+\pi^-$  atom lifetime. arXiv:hep-ex/0504044v2 20 May 2005.
- [10] B Adeva, L Afanasyev, M Benayoun, A Benelli, Z Berka, V Brekhovskikh, G Caragheorgheopol, et al. Detection of  $\pi^+\pi^-$  atoms with the DIRAC spectrometer at CERN. arXiv:hep-ex/0409053v2. 28 Sep 2004.
- [11] Juan Manuel Tejeiro Sarmiento. Sobre la teoría especial de la relatividad. Observatorio Astronómico Nacional. Facultad de Ciencias.
- [12] Extracted from de Review of Particles Physics. S. Eidelman, et al. Particle Physics Booklet. Physics Letters B 592. 1 (2004). PDG Particle Data Grup.
- [13] G. Colangelo, J. Gasser and A. Rusetsky. Center for Research and Education in Fundamental Physics, Institute for Theoretical Physics, University of Bern, Sidlerstr. 5, CH-3012 Bern, Switzerland Helmholtz–Institut für Strahlen– und Kernphysik, Bethe Center for Theoretical Physics, Universität Bonn, Nussallee 14–16, D–53115 Bonn, Germany. Isospin breaking in  $K_4$  decays. arXiv:hep-ph:0811.0775v1 5 Nov 2008.